

離散コサイン変換領域での適応モーメント推定に基づく適応フィルタ*

© 内田蓮, 矢田部浩平 (農工大), 泉悠斗, 高橋祐, 近藤多伸 (ヤマハ株式会社)

1 はじめに

エコーキャンセラなどの音響信号処理において、未知系の推定のために適応フィルタは重要な技術である。しかし、入力信号が有色である場合、標準的な時間領域の適応フィルタでは収束が著しく遅くなる。この問題に対し、計量行列の適切な設計により入力信号を無相関化できる Variable-metric Adaptive Projected Subgradient Method (V-APSM) [1] が提案されている。しかし、既存の計量行列の設計は古典的な変換領域適応フィルタ手法に依拠することが多い。我々は前回、機械学習分野で広く用いられる Adam の二次モーメントを計量行列に用いることを検討した [2]。

本稿では、離散コサイン変換 (DCT) 領域での Adam の適用による計量行列の設計手法を提案し、低計算コストかつ効果的な入力信号の無相関化を実現する。

2 V-APSM と Adam

V-APSM は、不動点理論に基づき、厳密な収束保証を与える適応アルゴリズムの枠組みである [1]。初期値 $\mathbf{w}_1 \in \mathbb{R}^N$ に対し、V-APSM は

$$\mathbf{w}_{k+1} = T_k \left(\mathbf{w}_k - \lambda_k \frac{f_k(\mathbf{w}_k)}{\|\mathbf{Q}_k^{-1} \mathbf{g}_k\|_{\mathbf{Q}_k}^2} \mathbf{Q}_k^{-1} \mathbf{g}_k \right)$$

によってフィルタ係数 $\mathbf{w}_k$ を更新する。ただし、 $\mathbf{g}_k = \mathbf{0}$ では $\mathbf{w}_{k+1} = T_k(\mathbf{w}_k)$ と定義する。ここで、 f_k は目的関数、 $\mathbf{g}_k$ はその劣勾配、 $\lambda_k \in (0, 2)$ はステップサイズ、 T_k は強アトラクト写像、 $\mathbf{Q}_k$ は正定値行列、 $\|\mathbf{x}\|_{\mathbf{Q}_k} = \sqrt{\mathbf{x}^T \mathbf{Q}_k \mathbf{x}}$ は $\mathbf{Q}_k$ が誘導するノルムである。 $\mathbf{Q}_k$ は計量行列と呼ばれ、パラメータ空間を歪ませることで特定方向の収束速度を向上させる効果を持つ。そのため、V-APSM の収束速度や定常偏差、計算効率などの性質は、計量行列の設計に大きく依存する。

一方、機械学習分野で広く用いられる Adam は、

$$\mathbf{w}_{k+1} = \mathbf{w}_k - \lambda_k \frac{\hat{\mathbf{m}}_k}{\sqrt{\hat{\mathbf{v}}_k} + \epsilon}$$

のようにパラメータ $\mathbf{w}_k$ を更新する。ここで、 $\hat{\mathbf{m}}_k$ は一次モーメント推定値、 $\hat{\mathbf{v}}_k$ は二次モーメント推定値、 $\beta_1, \beta_2 \in [0, 1)$ 及び $\epsilon \geq 0$ はハイパーパラメータであり、すべての演算は要素ごとに行われる。Adam は、勾配を平滑化した $\hat{\mathbf{m}}_k$ を $\hat{\mathbf{v}}_k$ に基づいて要素ごとにスケールリングすることで、更新量を適応的に調整する。

Algorithm 1 提案法

Require: $\mathbf{w}_1 \in \mathbb{R}^N$, $\lambda_k \in (0, 2)$, $B > 0$, $\mathbf{m}_0 = \mathbf{v}_0 = \mathbf{0}$
 $\beta_1 \in [0, 1)$, $\beta_2 \in [0, 1)$, $\epsilon \geq 0$

```

1: while  $k > 0$  do
2:    $\mathbf{d}_k \leftarrow [d_k, d_{k-1}, \dots, d_{k-B+1}]^T$ 
3:    $\mathbf{X}_k \leftarrow [\mathbf{x}_k, \mathbf{x}_{k-1}, \dots, \mathbf{x}_{k-B+1}]$ 
4:   if  $k \bmod B = 0$  then
5:      $\mathbf{e}_k \leftarrow \mathbf{d}_k - \mathbf{X}_k^T \mathbf{w}_k$ 
6:      $f_k(\mathbf{w}_k) \leftarrow \|\mathbf{e}_k\|_2$ 
7:      $\mathbf{g}_k \leftarrow -\mathbf{X}_k \mathbf{e}_k / \|\mathbf{e}_k\|_2$ 
8:      $\mathbf{t}_k \leftarrow \mathbf{C} \mathbf{g}_k$ 
9:      $\mathbf{m}_k \leftarrow \beta_1 \mathbf{m}_{k-1} + (1 - \beta_1) \mathbf{t}_k$ 
10:     $\mathbf{v}_k \leftarrow \beta_2 \mathbf{v}_{k-1} + (1 - \beta_2) |\mathbf{t}_k|^2$ 
11:     $\hat{\mathbf{m}}_k \leftarrow \mathbf{m}_k / (1 - \beta_1^k)$ 
12:     $\hat{\mathbf{v}}_k \leftarrow \mathbf{v}_k / (1 - \beta_2^k)$ 
13:     $\tilde{\mathbf{t}}_k \leftarrow \hat{\mathbf{m}}_k / (\sqrt{\hat{\mathbf{v}}_k} + \epsilon)$ 
14:     $\tilde{\mathbf{g}}_k \leftarrow \mathbf{C}^{-1} \tilde{\mathbf{t}}_k$ 
15:    if  $\tilde{\mathbf{g}}_k^T \mathbf{g}_k \neq 0$  then
16:       $\mathbf{w}_{k+1} \leftarrow \mathbf{w}_k - (\lambda_k f_k(\mathbf{w}_k) / (\tilde{\mathbf{g}}_k^T \mathbf{g}_k)) \tilde{\mathbf{g}}_k$ 
17:    end if
18:  end if
19: end while

```

3 変換領域適応モーメント推定

本稿では、有色な入力信号の影響を軽減するための新たな計量行列の設計手法を提案する。有色な入力信号に対する収束速度と計算効率を両立させるため、提案法では計量行列を $\mathbf{Q}_k = \mathbf{C}^{-1} \mathbf{D}_k \mathbf{C}$ と構成する。ここで、 $\mathbf{C}$ はタイプ 2 の DCT 行列であり、対角行列 $\mathbf{D}_k$ には DCT 領域で求めた Adam のモーメント推定値を利用する。具体的には、Algorithm 1 に示すように、7 行目で $\mathbf{g}_k$ を DCT 領域へ変換し、8 行目から 12 行目で Adam と同様に求めた更新ベクトルを、13 行目で元の領域へ逆変換する。ここで、 $|\cdot|$ は要素ごとの絶対値、 B はブロックサイズ、 $d_k \in \mathbb{R}$ と $\mathbf{x}_k \in \mathbb{R}^N$ はそれぞれ k 反復目の観測信号と入力信号である。有色信号が入力された場合、 $\mathbf{g}_k$ も周波数スペクトルに偏りを持つが、DCT 領域での Adam によって $\mathbf{g}_k$ は平滑化及び白色化される。これにより、全周波数帯域で更新量が均一化され、収束速度が改善される。

なお、本稿では、提案した計量行列を標準的な条件で評価するために、 $f_k(\mathbf{w}_k)$ は誤差信号 $\mathbf{e}_k = \mathbf{d}_k - \mathbf{X}_k^T \mathbf{w}_k$ の ℓ_2 ノルム、 T_k は恒等写像とした。

4 実験

提案法の有効性を検証するため、正規化最小二乗平均 (NLMS) 法とアフィン射影アルゴリズム (APA)、周波数領域適応フィルタ (FDAF)、Adam と比較す

* Adaptive filtering based on adaptive moment estimation in discrete cosine transform domain. By Ren UCHIDA, Kohei YATABE (Tokyo University of Agriculture and Technology), Yuto IZUMI, Yu TAKAHASHI and Kazunobu KONDO (Yamaha Corporation).

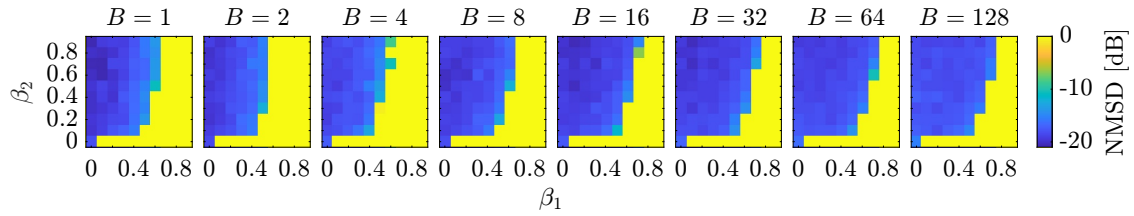


図-1 提案法により最終的に得られた NMSD のヒートマップ。入力信号は 160 000 サンプルとした。横軸と縦軸はそれぞれ β_1 と β_2 を表し、左から右へブロックサイズ $B = 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128$ の結果を示す。

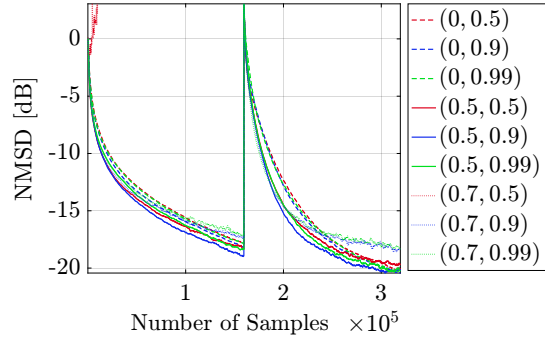


図-2 提案法の入力サンプル数に対する NMSD の推移。 $B = 128$ とした。凡例は (β_1, β_2) に対応する。

る。 λ_k は Adam で 10^{-3} ，他手法で 0.5 とした。APA の射影次数は 4，FDAF のブロックサイズは 128 とした。Adam の目的関数とハイパーパラメータは提案法と同一とし， $\epsilon = 10^{-8}$ とした。入力信号には伝達関数 $(1 + 0.9z^{-1} + 0.9z^{-2}) / (1 - 0.9z^{-1} + 0.9z^{-2})$ により生成した ARMA 信号を用い，観測信号には背景雑音を SNR が 30 dB となるように付加した。未知系 $\mathbf{w}_{\text{true}} \in \mathbb{R}^N$ には鏡像法により生成した室内インパルス応答を用い， $N = 512$ とした。また，追従性能を評価するために，途中で 12 タップのシステム遅延を導入した。評価指標には， $10 \log_{10}(\mathbb{E}[\|\mathbf{w}_{\text{true}} - \mathbf{w}_k\|_2^2] / \mathbb{E}[\|\mathbf{w}_{\text{true}}\|_2^2])$ で定義される正規化平均二乗偏差 (NMSD) を 10 回の独立試行から計算し用いた。

まず，ハイパーパラメータが提案法の性能に与える影響を調査した。図-1 はハイパーパラメータの組み合わせごとの NMSD を示している。 β_1 と β_2 はアルゴリズムの挙動に大きく影響しており，特定の組み合わせでは NMSD が発散することを確認した。一方で， B を大きくすることで更新が安定し，発散する β_1 と β_2 の組み合わせが減少した。図-2 は $B = 128$ における β_1 と β_2 の組み合わせごとの NMSD の推移を示している。この結果から， β_1 を大きくすることで，初期の収束速度は向上する一方，定常状態における推定精度は低下することを確認した。また， β_2 の影響は β_1 によって異なっていたが， $(\beta_1, \beta_2) = (0.7, 0.5)$ の場合のように β_2 を過度に小さく設定するとアルゴリズムが発散することを確認した。

次に，従来法との比較によって提案法の有効性を検証した。図-3 に各手法の NMSD の推移を示す。ここ

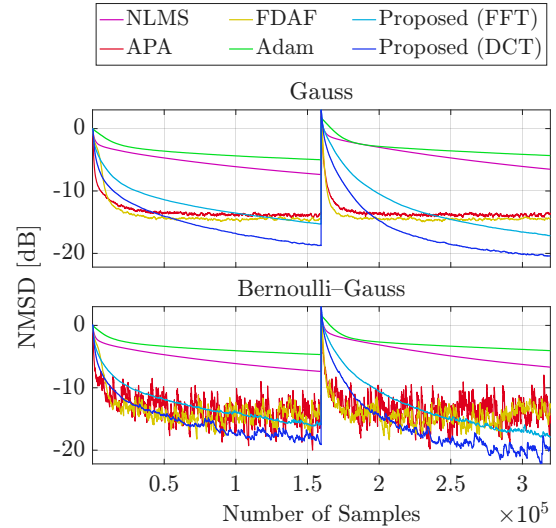


図-3 Gauss 過程と Bernoulli-Gauss 過程から生成した背景雑音下での NMSD の推移。 $B = 128$ とした。

で，Proposed (FFT) は DCT の代わりに高速フーリエ変換を用いた提案法である。変換に DCT を用いた提案法は，FFT を用いた場合よりも優れた収束速度を示し，最終的に最も低い NMSD を達成した。これは，高相関な実信号に対して DCT が FFT よりも効果的に相関を低減するためであると考えられる。また，Bernoulli-Gauss 過程から生成したインパルス性背景雑音下では，APA や FDAF は不安定な推移を示した。一方，提案法はモーメント推定により背景雑音による外乱を平滑化し，安定した更新を維持した。

5 むすび

本稿では，変換領域で適用した Adam を V-APSM の計量行列に利用した適応フィルタを提案した。実験結果から，提案法は有色な入力信号に対して高い推定精度を達成し，インパルス性背景雑音に対して優れた頑健性を示した。今後は，長いフィルタ長を要する実音響環境に向けた適応フィルタの実現を目指す。

参考文献

- [1] M. Yukawa, K. Slavakis and I. Yamada, “Adaptive parallel quadratic-metric projection algorithms,” *IEEE Trans. Audio Speech Lang. Process.*, **15**, 1665–1680 (2007).
- [2] 内田蓮，矢田部浩平，泉悠斗，高橋祐，近藤多伸，“適応フィルタにおける適応学習率アルゴリズムの検討,” 日本音響学会講演論文集, pp. 213–214 (2026.3).