

## 周波数領域の有限要素法と凸最適化を用いた室内インパルス応答の推定\*

© 菅原彬子 (近畿大), 矢田部浩平 (早稲田大)

## 1 はじめに

インパルス応答は時間領域の物理量であるが、有限要素法 (FEM) 等の周波数領域の数値解析結果に逆離散フーリエ変換 (IDFT) を適用することで算出することも可能である。ただし、数値解析では計算負荷の都合上、計算周波数に上限を設ける必要があり、この応答に単に IDFT を施すとスペクトルの欠落成分によるアーチファクトが発生する。これに対する一般的な対応としては IDFT の前に適切な IIR フィルタを適用するという手法がある [1, 2] が、アーチファクトを低減可能な一方で、応答に歪みが生じる。そこで本研究では、適当な重みを用いた凸最適化問題を定式化して ADMM [3, 4] によりこれを解き、波形を歪ませることなく、アーチファクトを低減したインパルス応答を算出する手法を提案する。

## 2 アーチファクトの例

アーチファクトの例を図 1 に示す。(a) ナイキスト周波数 1308.7 Hz として求めたインパルス応答と、(b) それに対し上限周波数 500 Hz で遮断した結果である。ただし、ここではアーチファクトの影響を明確に示すため、IIR フィルタ等のアーチファクト低減手法を用いず、有限要素法の計算結果を直接 IDFT した結果を示す。図 1(b) では、高域成分の削減により非因果的な応答となることがわかる。このようなアーチファクトはスペクトルの欠落成分を原因として生じるため、数値解析結果の欠落成分を外挿する後処理を施し、アーチファクトを低減する必要がある。

## 3 提案手法

## 3.1 凸最適化問題の定式化

周波数領域の全要素数を  $N$ 、実際の計算要素数を  $M$  とすると、数値解析結果から得られる  $N - M$  の欠落要素を含む応答  $\mathbf{d} \in \mathbb{C}^M$  は、本来の応答  $\mathbf{p} \in \mathbb{C}^N$  と単位行列の行を間引いて得られる横長の疎行列  $\mathbf{C} \in \{0, 1\}^{M \times N}$  を用いて次式で表される。

$$\mathbf{d} = \mathbf{C}\mathbf{p} \quad (1)$$

周波数領域の数値解析結果  $\mathbf{d}$  から IDFT を通してインパルス応答を求めるには、 $\mathbf{d}$  の欠落要素に何らかの値を埋め、本来の応答  $\mathbf{p}$  を推定する必要がある。最

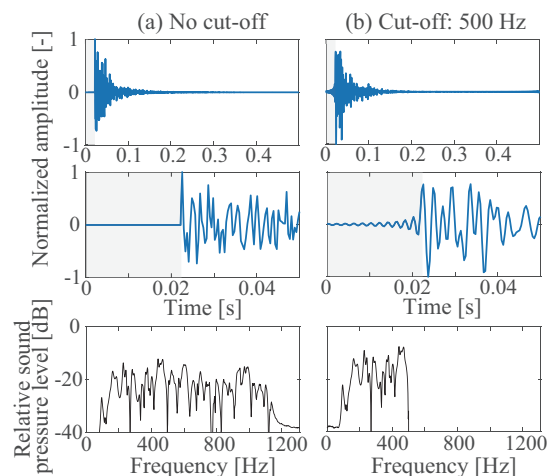


Fig. 1 Example of artifacts

も単純な対処法はゼロ埋めであるが、これは図 1(b) に相当し、アーチファクトが発生する。そこで本研究では、凸最適化によって、アーチファクトを低減させる欠落要素の埋め方を考える。

本研究では、インパルス応答は (1) 時間とともに減衰する (2) パルスの集合であるという 2 つの仮定とともに、欠落要素が  $\mathbf{d}$  の要素より極端に大きな値をとらないという安定性に関する条件を満たすよう、時間および周波数領域での重みベクトル  $\boldsymbol{\lambda}$ ,  $\mathbf{w} \in \mathbb{R}_+^N$  を設計し、凸最適化問題を次式の通り定義した。

$$\begin{aligned} & \underset{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^N}{\text{Minimize}} && \|\mathbf{x}\|_{1, \boldsymbol{\lambda}} + \|\mathbf{F}^H \mathbf{x}\|_{2, \mathbf{w}}^2 \\ & \text{subject to} && \mathbf{C}\mathbf{F}^H \mathbf{x} = \mathbf{d} \end{aligned} \quad (2)$$

ここで、 $\mathbf{x}$  は時間領域の最適化変数であり、制約条件は DFT を用いて周波数領域で取り扱う。 $\mathbf{F}^H$  は DFT の行列表現である。

式 (2) 第 1 項の重み付き  $\ell_1$  ノルムの最小化は、重みが大きい要素を小さくしようとする。ここでは時間領域の重みとして、インパルス応答の直接音開始時刻で 0 をとり、時間とともに 2 次的に増加するベクトル  $\boldsymbol{\lambda}$  を設計した (図 2(a))。故に、この最小化は仮定 1 を満たそうとする。さらに、 $\ell_1$  ノルムの最小化は解をよりスパースにするため、同時に仮定 (2) も満たそうとする。

安定化条件は周波数領域で与えられるため、式 (2) 第 2 項で DFT を行う。このとき、計算周波数の最小最大間で 0、それ以外で 2 次的に増大するよう設計した周波数領域の重みベクトル  $\mathbf{w}$  (図 2(b)) を適用する。これにより、式 (2) 第 2 項の重み付き  $\ell_2$  ノルムの最

\* Estimation of room impulse response using frequency-domain finite element method and convex optimization. by SUGAHARA, Akiko (Kindai University) YATABE, Kohei (Waseda University)

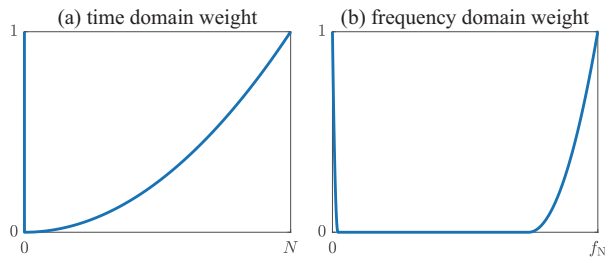


Fig. 2 Weight vectors

### Algorithm 1 Proposed algorithm

**Input:**  $\mathbf{z}^{[0]}$ ,  $\lambda$ ,  $\mathbf{w}$ ,  $\mu$ ,  $\rho$ ,  $K$

**Output:**  $\mathbf{z}^{[K]}$

- 1:  $\mathbf{y}^{[0]} = \mathbf{0}$
- 2: **for**  $k = 0, 1, \dots, K - 1$  **do**
- 3:  $\mathbf{x}^{[k+1]} = \text{prox}_{\mu\|\cdot\|_{1,\lambda}}[\mathbf{z}^{[k]} - \mathbf{y}^{[k]}]$
- 4:  $\tilde{\mathbf{y}} = \mathbf{y}^{[k]} + \mathbf{x}^{[k+1]} - \mathbf{z}^{[k]}$
- 5:  $\mathbf{z}^{[k+1]} = \mathbf{F} \text{prox}_{\mu\|\cdot\|_{2,\mathbf{w}} + \iota_{\mathcal{D}}(\cdot)}[\mathbf{F}^H(\mathbf{x}^{[k+1]} + \tilde{\mathbf{y}})]$
- 6:  $\mathbf{y}^{[k+1]} = \tilde{\mathbf{y}} + (\rho - 1)(\mathbf{x}^{[k+1]} - \mathbf{z}^{[k+1]})$
- 7: **end for**

小化はバンドパスフィルタの役割を果たす.

### 3.2 ADMM アルゴリズムの適用

ADMM アルゴリズムを式 (2) に適用すると Algorithm 1 を得る.  $\mu$ ,  $\rho$  はアルゴリズムの速度に関するパラメータ,  $K$  は反復回数である. 3, 5 行目の近接作用素は, それぞれ式 (3), (4) で得られる.

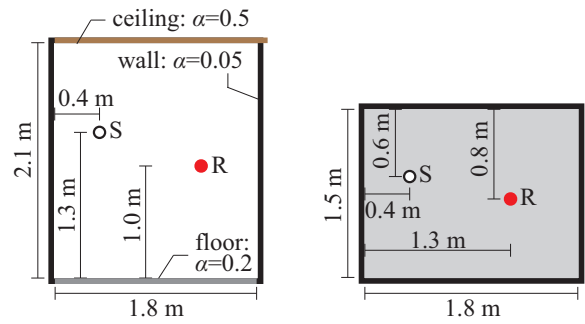
$$(\text{prox}_{\mu\|\cdot\|_{1,\lambda}}[\mathbf{x}])_n = \left(1 - \frac{\mu\lambda_n}{|x_n|}\right)_+ x_n \quad (3)$$

$$\begin{aligned} & (\text{prox}_{\mu\|\cdot\|_{2,\mathbf{w}} + \iota_{\mathcal{D}}(\cdot)}[\mathbf{x}])_n \\ &= \begin{cases} x_n / (1 + 2\mu w_n) & (\text{missing entries}) \\ d_{\gamma^{-1}(n)} & (\text{otherwise}) \end{cases} \quad (4) \end{aligned}$$

ここで  $(\cdot)_+ = \max\{0, \cdot\}$ ,  $(\cdot)_n$  は  $n$  番目の要素である.

### 4 有限要素法解析への適用

有限要素法による解析条件を図 3, 表 1 に示す. 計算結果に対し, ゼロ詰め, IIR フィルタ, 提案手法を適用した場合のインパルス応答の比較を行う. ここでは  $\mu = 1$ ,  $\rho = 1.99$ ,  $K = 3000$  とした. 得られたインパルス応答を図 4 に示す. ゼロ詰めの場合, アーチファクトの発生により, 初期波形の pre-ringing 成分や 0.3 秒以降のレベルの増大がみられる. IIR フィルタの場合, これらのアーチファクトは低減できたが初期波形に歪みが生じた. 一方で, 提案手法の場合, アーチファクトを低減しただけでなく, IIR フィルタより初期波形がゼロ詰めの場合と近く, 波形をあまり歪ませずにアーチファクトを低減できたといえる.



(a) cross section ( $y$ - $z$  direction) (b) floor plan ( $x$ - $y$  direction)

Fig. 3 Geometrical arrangement

Table 1 Calculation settings

Table 1 Calculation settings		
ソフトウェア	COMSOL Multiphysics ver.5.6	
空間離散化	メッシュ形状	四面体 2 次要素
	最大/最小	61 mm / 41 mm
周波数/離散幅	110–1130 Hz / 1 Hz	
吸音率	壁	0.05
	天井	0.5
	床	0.2

### 5 おわりに

本研究では, 周波数領域の数値解析結果からインパルス応答を算出する際の事後処理として, 凸最適化を用いた周波数欠落成分の外挿により, 波形の歪みやアーチファクトを低減させる手法を提案した. 結果より, 提案手法でアーチファクトを低減でき, その有用性が示唆された. 今後は実測との比較検討を行う予定である.

### 参考文献

- [1] 高根他, 日本音響学会誌, 50(3), 188–197, 1994.
- [2] Okuzono *et al.*, Appl. Acoust., 129, 1–12, 2018.
- [3] Boyd *et al.*, Found. Trends Mach. Learn, 3(1), 1–122, 2011.
- [4] Yatabe *et al.*, Acoust. Sci. Tech., 36(4), 351–354, 2015.

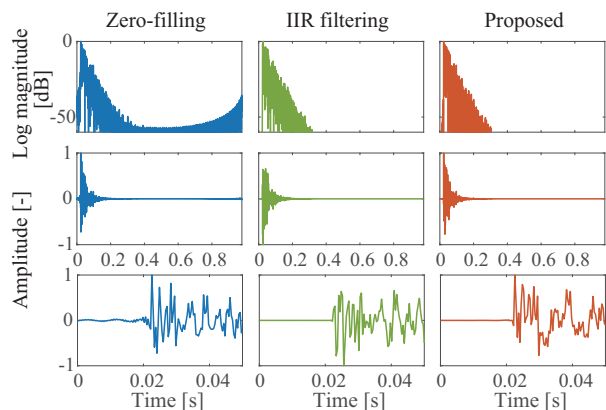


Fig. 4 Impulse responses