

ビームフォーマと高速反復アルゴリズムによるスパース音源同定*

☆ 野原大地, 渡會博子, 吉野夏樹, 矢田部浩平 (農工大), 阿久津真理子 (鉄道総研)

1 はじめに

鉄道のさらなる高速化において、走行時に発生する空力騒音の低減は極めて重要な課題である。効果的な騒音対策のためには、車体表面における音源位置と強度の正確な特定は不可欠である。音源位置の同定にはマイクロホンアレイを用いたビームフォーミングが広く用いられるが、Delay-and-Sum (DS) 法は空間分解能が低く、近接する音源を区別することが困難である。この空間分解能を高める手法として逆畳み込みに基づく DAMAS [1] があり、近年では高速フーリエ変換 (FFT) を利用した高速化手法が提案されている [2]。しかし、これらは標準的な最適化アルゴリズムを用いているため多くの反復計算が必要であり、空間分解能を高めるには時間がかかることが課題であった。そこで本研究では、収束特性を改善した EFISTA [3] および IOptISTA [4] を FFT ベースの DAMAS に適用し、従来の DAMAS では解像が困難な近接音源を正確かつ高速に同定できることをシミュレーションにより実証した。

2 従来手法と計算コストの課題

DS ビームフォーマの空間分解能を向上させる手法として、DAMAS [1] が用いられる。DAMAS では、観測された DS ビームフォーマ出力の絶対値 $\mathbf{Y} \in \mathbb{R}_+^{N \times N}$ (N は格子サイズ) から応答特性 (PSF) の影響を除去し、音源分布 $\mathbf{X} \in \mathbb{R}_+^{N \times N}$ を復元する。しかし、従来の平面直交格子ではアレイからの角度や距離に応じて PSF の形状が歪むため、全スキャン点で異なる PSF を保持・計算する必要がある、記憶容量と計算量が N^4 に比例して増大する課題があった。

この計算コスト削減のために、PSF の位置依存歪みを相殺する等角度格子が導入された。図-1 のようにアレイ中心からの方向角度が等間隔な球面格子を構築して焦点面へ投影することで、PSF の形状はスキャン点間の相対位置のみに依存し、空間不変となる。これにより、ビームフォーマ出力 $\mathbf{Y}$ は単一の PSF $\mathbf{H} \in \mathbb{R}_+^{N \times N}$ との 2 次元畳み込み $\mathbf{Y} = \mathbf{H} * \mathbf{X}$ で計算でき、FFT を用いた高速化が可能となる。しかし、1 反復あたりの計算時間が削減されても、従来の最適化アルゴリズムでは収束に必要な反復回数が多く、結果として多くの計算時間を要する課題が残っていた。

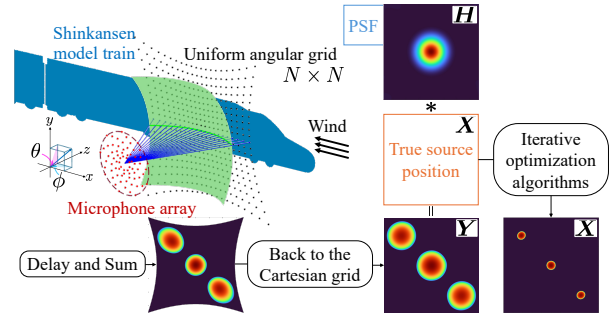


図-1 FFT ベースの DAMAS の概要

3 提案手法

音源強度の非負性および音源分布の空間的なスパース性を考慮するため、逆畳み込み問題は次式の ℓ_1 正則化付き非負最小二乗問題として定式化される。

$$\min_{\mathbf{X} \geq 0} \frac{1}{2} \|\mathcal{H}(\mathbf{X}) - \mathbf{Y}\|_F^2 + \lambda \|\mathbf{X}\|_1 \quad (1)$$

ここで $\mathcal{H}$ は、ゼロパディング作用素 $\mathcal{P}$ 、巡回シフト作用素 $\mathcal{T}_c$ 、および周波数領域の PSF フィルタ $\hat{\mathbf{H}} = \mathcal{F}(\mathcal{T}_c(\mathcal{P}(\mathbf{H}))) / N$ を用い、周波数領域の要素積として計算される畳み込み作用素である。以降、式 (1) の第 1 項を $f(\mathbf{X}) = \frac{1}{2} \|\mathcal{H}(\mathbf{X}) - \mathbf{Y}\|_F^2$ と略記する。

3.1 高速反復アルゴリズムによる音源同定

本研究では、式 (1) の問題に対して加速特性に優れた EFISTA [3] および IOptISTA [4] を FFT ベースの DAMAS に適用した FFT-EFISTA と FFT-IOptISTA を提案する。アルゴリズムを加速するため、これらの手法では勾配計算に実質的に n ステップ分の先読み効果を与える重み $\hat{\mathbf{W}}_n$ を導入する。 $\hat{\mathbf{W}}_n$ は反復更新式の二項展開から導出される正定値対称行列の周波数領域表現であり、

$$\hat{\mathbf{W}}_n = \sum_{i=1}^n \binom{n}{i} (-1)^{i-1} \left(\frac{1}{L} |\hat{\mathbf{H}}|^2 \right)^{i-1} \quad (2)$$

によって事前計算できる。ここで L は f の勾配のリプシッツ定数である。これを用いて、本手法における重み付き勾配を $\nabla f(\mathbf{X}) = \mathcal{P}^T(\mathcal{F}^{-1}(\mathcal{F}(\mathcal{P}(\mathcal{H}(\mathbf{X}) - \mathbf{Y}))) \odot \hat{\mathbf{H}}^* \odot \hat{\mathbf{W}}_n^*)$ と定義する。 $\hat{\mathbf{W}}_n$ を作用させることで 1 反復あたりの計算量をほとんど増やさずに大きな更新量を得ることができるので、少ない反復でも良い結果を得ることができる。

*Sparse acoustic source identification using beamformers and fast iterative algorithms. By Daichi NOHARA, Hiroko WATARAI, Natsuki YOSHINO, Kohei YATABE (Tokyo University of Agriculture and Technology) and Mariko AKUTSU (Railway Technical Research Institute).

Algorithm 1 FFT-EFISTA

Require: $\mathbf{Y}$, $\hat{\mathbf{H}}$, λ , L , $K_{\max}$
 1: $\mathbf{X}_0 \leftarrow \mathbf{0}$, $\mathbf{V}_0 \leftarrow \mathbf{0}$, $t_0 \leftarrow 1$
 2: **for** $k = 0$ **to** $K_{\max} - 1$ **do**
 3: $\mathbf{X}_{k+1} \leftarrow \max(\mathbf{V}_k - \frac{1}{L} \nabla f(\mathbf{V}_k) - \frac{\lambda}{L}, \mathbf{0})$
 4: $t_{k+1} \leftarrow (1 + \sqrt{1 + 4t_k^2}) / 2$
 5: $\mathbf{V}_{k+1} \leftarrow \mathbf{X}_{k+1} + \frac{t_k - 1}{t_{k+1}} (\mathbf{X}_{k+1} - \mathbf{X}_k)$
 6: **end for**
 7: **return** $\mathbf{X}_{K_{\max}}$

Algorithm 2 FFT-IOptISTA

Require: $\mathbf{Y}$, $\hat{\mathbf{H}}$, λ , L , $K_{\max}$
 1: $\mathbf{X}_0 \leftarrow \mathbf{0}$, $\mathbf{V}_0 \leftarrow \mathbf{0}$, $\mathbf{Z}_0 \leftarrow \mathbf{0}$
 2: $t_0 \leftarrow 1$, **for** $k = 0$ **to** $K_{\max} - 2$ **do** $t_{k+1} \leftarrow (1 + \sqrt{1 + 4t_k^2}) / 2$ **end for**
 3: $t_* \leftarrow (1 + \sqrt{1 + 8t_{K_{\max}-1}^2}) / 2$
 4: **for** $k = 0$ **to** $K_{\max} - 1$ **do** $\gamma_k \leftarrow \frac{2t_k}{t_*^2} (t_*^2 - 2t_k^2 + t_k)$ **end for**
 5: **for** $k = 0$ **to** $K_{\max} - 1$ **do**
 6: $\mathbf{V}_{k+1} \leftarrow \max(\mathbf{V}_k - \frac{\gamma_k}{L} \nabla f(\mathbf{X}_k) - \frac{\gamma_k \lambda}{L}, \mathbf{0})$
 7: $\mathbf{Z}_{k+1} \leftarrow \mathbf{X}_k + \frac{1}{\gamma_k} (\mathbf{V}_{k+1} - \mathbf{V}_k)$
 8: **if** $k < K_{\max} - 1$ **then**
 9: $\mathbf{X}_{k+1} \leftarrow \mathbf{Z}_{k+1} + \frac{t_k - 1}{t_{k+1}} (\mathbf{Z}_{k+1} - \mathbf{Z}_k) + \frac{t_k}{t_{k+1}} (\mathbf{Z}_{k+1} - \mathbf{X}_k)$
 10: **else**
 11: $\mathbf{X}_{k+1} \leftarrow \mathbf{V}_{k+1}$
 12: **end if**
 13: **end for**
 14: **return** $\mathbf{X}_{K_{\max}}$

提案アルゴリズムの全容を Alg. 1 および Alg. 2 に示す. FFT-EFISTA は, 中間点 $\mathbf{V}_k$ における重み付き勾配と Nesterov 型の慣性項を用いて更新を行う. 一方, FFT-IOptISTA は, 最大反復回数 $K_{\max}$ に依存する動的ステップサイズ系列 γ_k により各反復の更新幅を制御し, 3 項構造の慣性項により現在位置・修正量・過去の履歴を統合して更新を行うことで, さらなる高速化を図る構造となっている.

4 シミュレーション

提案手法の有効性を検証するため, 近接 2 点音源に対するシミュレーションを行った. 観測系には, 直径 3 m の円内に 72 個のマイクロホン螺旋状に配置したアレイを用い, アレイ中心から 5 m の位置に $2\text{ m} \times 2\text{ m}$ (1024×1024 点) の等角度焦点面を設定した. 雑音の影響を評価するため観測信号には $\text{SNR} = 20\text{ dB}$ のガウス雑音を付加し, パラメータは予備実験から正則化係数 $\lambda = 10^{-12}$, 加速と安定性のバランスから重み次数 $n = 8$ と設定した.

10000 反復後の音源像の復元結果 (図-2) において, 従来手法 (FFT-FISTA [2]) は 1 つの塊になったのに対し, 提案手法は各音源を同定した. なお, 解像性能を客観的に評価するため, 音源が並ぶ直線 $y = x$ 上の正規化音源強度分布を用い, 周囲からの突出度 1.0 dB 以上のピークが 2 つ検出されたとき「音源を同定できた」とした. 音源間距離を変化させた際の収

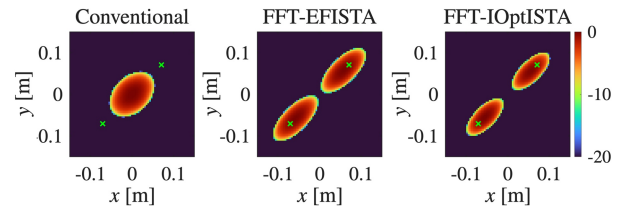


図-2 近接 2 点音源に対する 10000 反復後の 2 次元音源マップの比較 (解析周波数 500 Hz, 音源間距離 200 mm). 緑色の $\times$ 印は真の音源位置を示す.

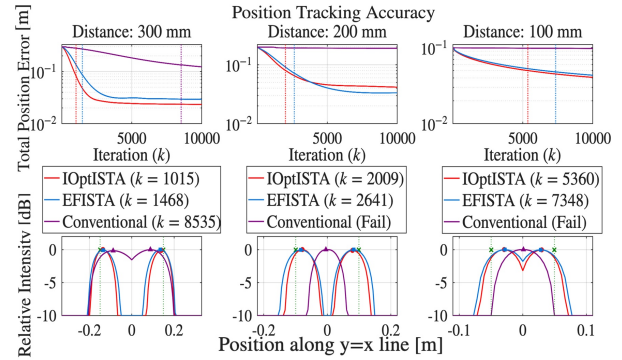


図-3 各音源間距離における収束特性および正規化音源強度分布の比較 (解析周波数 500 Hz, 左から順に音源間距離 300 mm, 200 mm, 100 mm). 上段: 反復数 k に対する推定ピーク位置誤差の推移, 下段: 10000 反復後の直線 $y = x$ 上の正規化音源強度分布. 緑色の破線および $\times$ 印は真の音源位置を示す. 凡例の k は 2 つのピークを検出するのに要した反復数, Fail は検出失敗を示す.

束特性を評価するため, 反復数に対する推定ピーク位置誤差の推移を図-3 に示す. 音源間距離 300 mm において, 従来手法の所要反復数に対し FFT-EFISTA は約 5.8 倍, FFT-IOptISTA は約 8.4 倍高速に音源を同定できた. さらに近接した 200 mm および 100 mm では従来手法が音源を同定できなかったのに対し, 提案手法はいずれの条件でも音源を同定できた.

5 むすび

本研究では, 近接音源の同定性能および収束速度の改善を目的として, 等角度格子と高速反復アルゴリズムを融合した FFT-EFISTA および FFT-IOptISTA を提案した. 今後は, 音源の位相情報を考慮したモデルへの拡張を検討する.

参考文献

- [1] T. F. Brooks and W. M. Humphreys, "A deconvolution approach for the mapping of acoustic sources (DAMAS) determined from phased microphone arrays," *J. Sound Vib.*, **294**(4-5), 856-879 (2006).
- [2] Z. Chu, C. Chen, Y. Yang, L. Shen and X. Chen, "Improvement of Fourier-based fast iterative shrinkage-thresholding deconvolution algorithm for acoustic source identification," *Appl. Acoust.*, **123**, 64-72 (2017).
- [3] A. Kumar and S. K. Sahoo, "Enhanced FISTA for non-blind image deblurring," *Int. Conf. Signal Process. Commun.*, pp. 1-5 (2024.7).
- [4] Q. Wang, X. Tong, S. Xu and T. Zeng, "An improved optimal proximal gradient algorithm for non-blind image deblurring," *arXiv:2502.07602* (2025).