

デフォーカスを用いた弦振動二次元変位測定法の光学モデル*

☆ 新美智也, 矢田部浩平 (農工大)

1 はじめに

楽器の弦振動は、擦弦や撥弦の励振条件に依存して、振動面内で二次元的な挙動を示す。弦振動の複雑な挙動を正確に把握することは、音響特性の理解や楽器設計において重要である。我々はこれまで、二次元的な弦振動を非接触で計測することを目的として、一台の高速度カメラを用いたデフォーカスによる弦振動計測手法（デフォーカス計測法）を提案した [1]。本計測法では、撮影条件のパラメータ設定によって、得られるデフォーカス像の形状が大きく変化する。一方で、これらの対応関係は未だ十分に整理されておらず、その体系化には撮影系の物理的な理解が不可欠である。そこで本稿では、弦のデフォーカス撮影画像を幾何光学によりモデル化し、実際の観測画像との比較により妥当性を確認した。また、提案モデルに基づく微小な位置変位に対する検出誤差評価実験を行った。

2 デフォーカス像の画像形成モデル

デフォーカス計測法 [1] は、弦に対しカメラを浅い角度で配置する。図-1 に示すように、レンズの絞りを開くことで弦上の一点を強調し輝度値ピーク点をトラッキングを可能とする。本章では、デフォーカス計測法で観測される像の輝度値分布を、薄肉レンズの近軸近似に基づく幾何光学モデルとして定式化する。まず、像面上に生じるデフォーカス広がり量 $\delta(\tilde{v})$ を導出する。レンズと弦の位置関係を図-2 に示す。レンズ中心を原点としたカメラ座標系を u, v, w 、像面における画像座標系を $\tilde{u}, \tilde{v}$ と置き、レンズの有効口径を D 、焦点距離を f とする。弦上の基準点までの距離が a_0 のとき、像面は b_0 となり、ガウスの結像式

$$\frac{1}{a_0} + \frac{1}{b_0} = \frac{1}{f} \quad (1)$$

を満たす。ここで、弦は a_0 の位置で光軸 w に対し、カメラの仰角に対応する θ の傾きを持ち交わっていると仮定する。そのため、像面上の画像座標 $\tilde{v}$ に対応する弦上の点は、その位置によりレンズから見た物体距離が異なる。そこで、像面 b_0 での縦の画像座標 $\tilde{v}$ に対応する弦上の点の物体距離を $a(\tilde{v})$ と置くと、像面配置の幾何学的関係より近軸近似の範囲内で

$$1 - \frac{a_0}{a(\tilde{v})} = \frac{\tilde{v}}{b_0 \tan \theta} \quad (2)$$

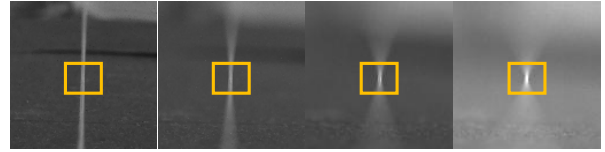


図-1 絞り値の違いによる観測画像の違い。左図から右図にかけて絞り値は小さくなる。絞り値が小さくなるにつれてピントの合う部分のみが強調される様子が確認できる。

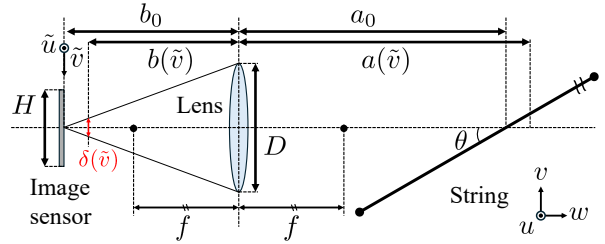


図-2 本問題におけるレンズと弦の位置関係と座標設定

が成り立つ。ある $a(\tilde{v})$ に対応する結像距離を $b(\tilde{v})$ とすると、式 (1) に従って b_0 から離れた位置に定まる。ここで、弦上の微小な反射領域を点光源として近似し、その結像を点像として扱うと、 $b(\tilde{v})$ と b_0 のズレにより点像は像面上で広がりをもつ。有効口径 D で決まる光束断面の広がり、結像位置のずれに比例する相似関係にあり、デフォーカス広がり量 $\delta(\tilde{v})$ は

$$\delta(\tilde{v}) = D \frac{b_0}{a_0} \left| 1 - \frac{a_0}{a(\tilde{v})} \right| \quad (3)$$

のように書ける。また式 (2) より、 $\delta(\tilde{v})$ と $\tilde{v}$ の関係は

$$\delta(\tilde{v}) = \frac{D}{a_0} \left| \frac{\tilde{v}}{\tan \theta} \right| \quad (4)$$

と表せる。次に、像の輝度分布 $I(\tilde{u}, \tilde{v})$ の定式化を行う。実際の弦は直径 Φ を持つ有限幅の物体であり、像面上では結像倍率 b_0/a_0 により、像幅 $w = (b_0/a_0) \Phi$ として定義する。この弦の理想像がデフォーカスによりぼけると、観測像の輝度分布は w と $\delta(\tilde{v})$ の畳み込みで表せる。ここで解析的な扱いやすさのため、これらをガウス関数で近似する。このとき w と $\delta(\tilde{v})$ の畳み込みもガウス関数となり、その標準偏差 $\sigma(\tilde{v})$ は

$$\sigma(\tilde{v}) = \frac{1}{4} \sqrt{\left(\frac{D}{a_0} \left| \frac{\tilde{v}}{\tan \theta} \right| \right)^2 + \left(\frac{b_0 \Phi}{a_0} \right)^2} \quad (5)$$

と書ける。係数 $1/4$ は $\delta(\tilde{v})$ と w をガウス関数の全幅 $\pm 2\sigma$ 区間に対応し近似したことにより導入される。

*Optical model for two-dimensional displacement measurement of string vibration by defocusing. By Tomoya NIIMI and Kohei YATABE (Tokyo University of Agriculture and Technology).

表-1 使用機材

	製品名	メーカー
弦	EXL110 ($\phi = 0.14\text{mm}$)	DADDARIO
カメラ	FASTCAM Mini AX50	Photron
レンズ	35 mm F1.4 DG HSM	SIGMA
LED ライト	MOLUS X60	ZHIYUN

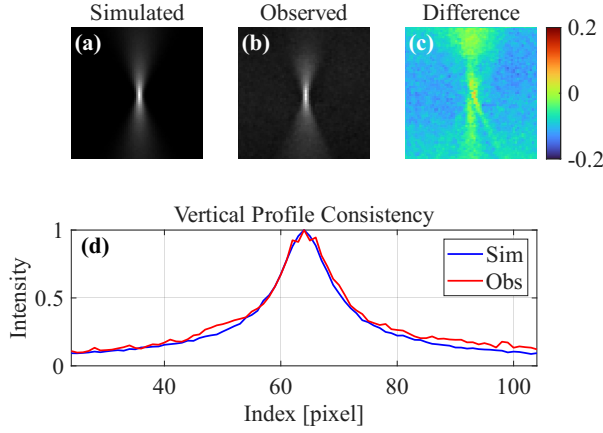


図-3 観測画像とシミュレーションの輝度値の比較実験。
(a), (b) はそれぞれ提案モデルの画像 I_{Sim} と観測画像 I_{Obs} . 画素値は最小値を 0, 最大値を 1 に正規化した.
(c) は (a), (b) の輝度値差分 $I_{\text{Sim}} - I_{\text{Obs}}$ を可視化した.
(d) は (a), (b) のピーク点を通る縦方向の輝度値を表す.

$\sigma(\tilde{v})$ を用いて, $I(\tilde{u}, \tilde{v})$ は次式でモデル化できる.

$$I(\tilde{u}, \tilde{v}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma(\tilde{v})} \exp\left(-\frac{\tilde{u}^2}{2\sigma(\tilde{v})^2}\right) \quad (6)$$

ここで, 正規化係数 $(\sqrt{2\pi}\sigma(\tilde{v}))^{-1}$ によって, $\tilde{u}$ 方向に積分した総光量が $\tilde{v}$ に依らず一定となり, 像の空間的広がりが増大するにつれピーク輝度は低下する.

3 実験

3.1 光学モデルの妥当性評価

提案モデルの妥当性を検証するため, 実際の観測画像とパラメータ条件を一致させ生成した画像の比較を行う. まず, 連続輝度分布 $I(\tilde{u}, \tilde{v})$ をセンサの画素格子上に離散化し, 像面での離散画像を生成する. センサの有効撮像領域を $W \times H$, 画素数を $N_u \times N_v$ とすると, 画素ピッチは $p_u = W/N_u$, $p_v = H/N_v$ で与えられる. この時の画素座標 $(u_{\text{px}}, v_{\text{px}})$ と像面座標系 $(\tilde{u}, \tilde{v})$ の関係は $\tilde{u} = p_u u_{\text{px}}$, $\tilde{v} = p_v v_{\text{px}}$ と表せる.

次に, 観測画像とモデル画像の比較を行う. 撮影に使用する機材は表-1 に示す. 撮影系とシミュレーションのパラメータは以下のように一致させた. レンズの有効口径 $D = 25 \text{ mm}$, 焦点距離 $f = 35 \text{ mm}$, 物体距離 $a_0 = 290 \text{ mm}$, 仰角 $\theta = 5^\circ$, 弦の太さ $\Phi = 0.14 \text{ mm}$, センサの有効撮像領域は $W = H = 2.56 \text{ mm}$, 画素数は $N_u \times N_v = 128 \times 128 \text{ pixel}$ に設定した. 得られた観測画像と生成画像の輝度値ピーク点を通る縦方向一列の輝度分布を比較した. また, 両者をピーク値で正規化し輝度分布の相関係数 ρ を算出した.

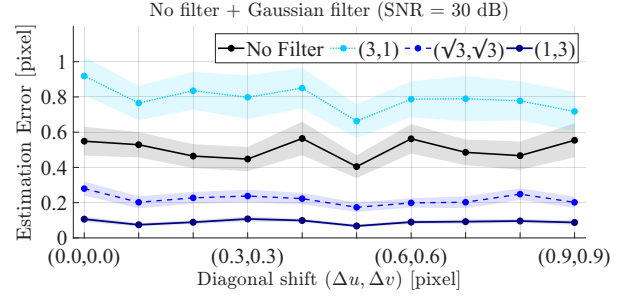


図-4 既知の斜め方向サブピクセルシフト $(\Delta u, \Delta v)$ に対するピーク検出誤差. フィルタなしとガウシアンフィルタの結果を示す. SNR は 30 dB で, 実線は反復試行における平均誤差, 淡色帯は平均の 95% 信頼区間を表す.

実験結果を図-3 に示す. (a), (b) はそれぞれ提案モデルによる生成画像および観測画像であり, 画素値は最小を 0, 最大値を 1 に正規化した. (c) は両者の輝度値の差分 $I_{\text{Sim}} - I_{\text{Obs}}$ を可視化した. ここで, $|I_{\text{Sim}} - I_{\text{Obs}}|$ の最大値は 0.149, 平均絶対誤差は 0.088 であった. (d) は両者のピーク点を通る縦方向 1 列の輝度分布である. ρ は 0.994 と 1 に近い値となった. これより, ピーク近傍の形状が良好に一致し, 差分はセンサノイズ程度にとどまったことから, 提案モデルが撮影画像の輝度分布を再現できることを確認した.

3.2 微小な既知変位に対する検出誤差評価

提案モデルを用いて, 実測では制御が困難な微小変位を与えた際の輝度ピークの検出誤差を評価した. パラメータは 3.1 と同じとした. 基準ピーク座標 $(64.0, 64.0)$ から斜め方向に $(\Delta u, \Delta v) = (\Delta, \Delta) \text{ pixel}$ の変位を与え, Δ を 0.1 pixel 刻みで 0.0 から 0.9 まで変化させた. SNR が 30 dB となるように Poisson ノイズを付加し, 100 回の試行から推定位置を得た. ノイズ除去の例としてガウシアンフィルタを適用し, 標準偏差 (σ_x, σ_y) について, 平滑化総量を $\sigma_x^2 + \sigma_y^2 = 3$ に固定した条件 $(3, 1)$, $(\sqrt{3}, \sqrt{3})$, $(1, 3)$ で比較した.

実験の結果を図-4 に示す. ここから, $\Delta = 0.5$ のとき誤差が最も小さいことが分かった. また, $(\sigma_x, \sigma_y) = (1, 3)$ の誤差がもっとも小さく, これまで経験的に知られていた, 弦の延びる縦方向に異方性を持つガウシアンフィルタが最も検出性能が高いことを確認した.

4 むすび

本稿ではデフォーカス計測法 [1] における弦の撮影画像を薄肉レンズの近軸近似に基づく幾何光学モデルとして定式化した. また, 提案モデルと観測画像を比較し, 妥当性を確認した. 今後は提案モデルを用いて, 画素値ピーク検出のアルゴリズムの改良を行う.

参考文献

- [1] 新美智也, 安藤元暉, 山田宏樹, 矢田部浩平, “高速度カメラによるエレキギター弦振動の測定とピックアップ出力の推定,” 音響学会講演論文集, pp. 1303–1304 (2024.9).