

複数の複素スペクトログラムの偏導関数の零点に基づく 正弦波成分の推定*

☆ 丸林諒, 赤石夏輝, 矢田部浩平 (農工大)

1 はじめに

正弦波成分の推定は、音響信号の特徴抽出や音声の構造の解析などにおいて重要である。スペクトログラムによる音響信号分析では、窓関数の影響で広がった信号の中から正弦波成分を推定する必要がある。しかし、周波数変化が異なる複数の正弦波成分がスペクトログラム上で交差する場合、周波数が特に近接する部分では正弦波成分の推定が難しい。

我々は前回、複素スペクトログラムの時間・周波数偏導関数の零点の位置に基づいて正弦波成分の周波数を推定する手法を提案した [1]。しかしこの手法でも、周波数が近接する部分では零点が乱れるため [1]、推定精度が低下する。本稿では、そのような場合でも正弦波成分を高精度に判別するために、窓関数を変えて得られる複数のスペクトログラムの零点の位置から正弦波成分を判別する手法を提案する。

2 周波数の近い正弦波成分の干渉の影響

正弦波のスペクトログラムおよびその偏導関数には特徴的な性質が現れる [1]。その例を図-1 に示す。振幅（下段左・黄）は周波数方向に極大値を持ち、その位置は振幅の周波数偏導関数（下段左・紫）の零点として表される。また、時間（中央）・周波数（右）偏導関数は実部（下段・青）と虚部（下段・赤）ともに同様の位置で零点を持つ。以上の性質から、[1] では、振幅のピーク位置および時間・周波数偏導関数の零点を用いて正弦波成分を推定する方法を提案した。

しかし、周波数の近い正弦波成分が存在する場合には、成分間の干渉が生じ、複素スペクトログラムの振幅のピーク位置および時間・周波数偏導関数の零点が真の周波数からずれてしまうことがある。この例を図-2 に示す。ここでは、ガウス窓 $g(t) = \exp\left(-\frac{\pi t^2}{\sigma}\right)$ を用い、 σ によって窓幅を変化させた複数のスペクトログラムを観察する。窓幅が広い場合（右側）には二つの正弦波成分のピーク位置が真の周波数に近づくと一方、窓幅が狭い場合（左側）には離れている。この傾向は時間・周波数偏導関数の零点にも現れることを確認している。このように、[1] の手法では成分同士が近接している場合に各成分の判別が難しい。

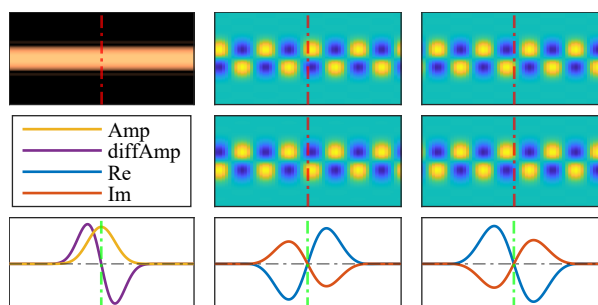


図-1 正弦波の振幅スペクトログラム（左列）と時間・周波数偏導関数（中央列・右列）。偏導関数は上段に実部、中段に虚部を示した。下段は、上段・中段の赤破線の時間フレームでの振幅（黄）、振幅の周波数偏導関数（紫）、実部（青）、虚部（赤）をそれぞれ示し、0 をグレーの破線、正弦波成分の位置を緑の破線で示した。ただし、各グラフは見やすさのため大きさを調整している。

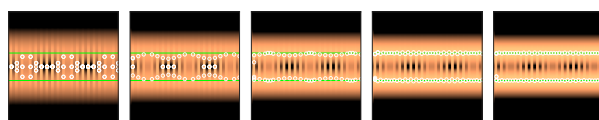


図-2 周波数の近い二つの正弦波信号の振幅スペクトログラム。左から右に向かって窓幅を広げており、白丸は各時間フレームにおけるピーク点の位置を示している。また、緑線は正弦波成分の真の周波数を示している。

3 複数の零点を用いた周波数推定

本稿では、正弦波が近接する部分での判別精度を向上させるために、複数のスペクトログラムの零点の情報を用いて正弦波の周波数を推定する手法を提案する。図-2 において、窓幅を広げるほど真の周波数に零点が近づいていくことに着目すると、複数の零点の窓幅に依存した動き方をモデル化し、フィッティングを行うことで周波数を推定できると考えられる。

フィッティングを行う妥当性を確認するために、窓幅を広げていった場合の零点の挙動を観察する。例として、950 Hz と 1050 Hz の正弦波を足し合わせた信号をガウス窓で短時間フーリエ変換する。図-3 に、 σ を変化させたときのある時間フレームにおける振幅およびその周波数微分、ならびに時間・周波数偏導関数を示す。図の零点に注目すると、窓幅が広がるほど真の周波数に漸近する挙動が見られることから、 σ に依存して零点がある周波数に収束すると仮定し、その収束点として周波数を推定できると考えられる。

この σ に依存して変化する零点の周波数 $f(\sigma)$ を

* Estimation of sinusoidal components using zeros of partial time and frequency derivatives of multiple complex spectrograms. By Ryo MARUBAYASHI, Natsuki AKAISHI and Kohei YATABE (Tokyo University of Agriculture and Technology).

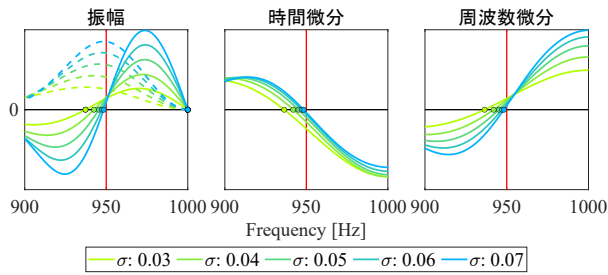


図-3 σ を変化させたときのある時間フレームでの零点の挙動を示す。左図は振幅（点線）およびその周波数微分（実線），中央図は複素スペクトログラムの時間偏導関数，右図は周波数偏導関数である。線が黄緑に近いほど窓幅が狭く，青に近いほど広い。各色で塗られた黒丸は各 σ での零点を示し，赤線は真の周波数である 950 Hz を示している。見やすさのために，950 Hz 付近のみを表示した。

表-1 各条件での推定周波数の誤差の全時間フレームでの平均値および中央値。より良い値を太字で示した。

		Amp	dt	df
単一の窓 ($\sigma = 0.06$)	平均値	2.697	21.604	21.604
	中央値	2.263	3.551	3.551
フィッティング	平均値	0.499	20.700	20.700
	中央値	0.312	0.047	0.047

$$f(\sigma) = \rho_1 + \rho_2 \exp(-\rho_3 \sigma) \quad (1)$$

と置く。ただし， ρ_1, ρ_2, ρ_3 は漸近挙動を定めるパラメータである。フィッティングでは， $\sigma = \sigma_n$ ($1 \leq n \leq N$) とした N 個の窓関数によって推定された零点の位置と $f(\sigma_n)$ の二乗誤差を最小化する ρ_1, ρ_2, ρ_3 を求める。 $\sigma \rightarrow +\infty$ としたとき $f(\sigma) \rightarrow \rho_1$ となるため， ρ_1 を窓幅を広げた際に得られる理想的な周波数とみなすことができ，これを推定周波数とする。なお，各偏導関数での零点の挙動は同様であると考えられるため，全ての偏導関数に対して式 (1) を用いる。

4 実験

まず，前章と同じ信号を用いて，近接する正弦波の周波数の推定精度を確認した。サンプリング周波数は 6000 Hz とし，短時間フーリエ変換では 256 サンプル長のガウス窓を 32 サンプルシフトした。ガウス窓のパラメータ $\sigma = 0.04, 0.05, 0.06$ に対して，[1] の手法を用いて振幅のピーク位置および時間・周波数偏導関数の零点を抽出した。なお，本実験では，二つの正弦波成分のうち 950 Hz 成分を基準とし，その近傍における零点の挙動および周波数推定結果に着目する。外れ値の影響を考慮し，全時間フレームにおける周波数誤差の平均値および中央値を評価指標とした。

結果を図-4 および表-1 に示す。図-4 では，3 つの異なる窓を用いた場合の複素スペクトログラムに関する各零点の漸近挙動をフィッティングでき（黒破線），その収束点として推定周波数（赤線）を与えられたことが分かる。そして，表-1 から，単一の窓を用

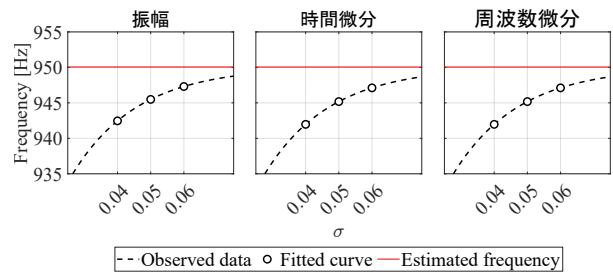


図-4 各 σ の窓関数を用いて得られた零点を用いて，式 (1) に基づいてフィッティングを行った結果と，その収束値 (ρ_1) によって与えられた推定周波数の結果。左から順に，複素スペクトログラムの振幅の周波数偏微分，時間偏微分，周波数偏微分における結果を示した。丸は各 σ において得られた零点の位置，黒破線はそれらに対するフィッティング結果，赤線は推定された周波数を示す。

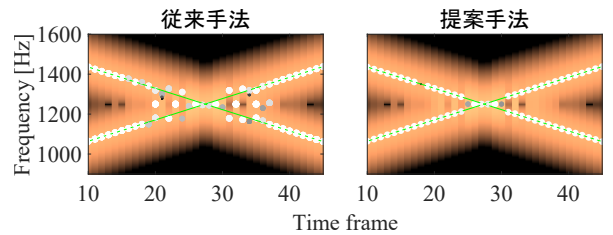


図-5 交差する正弦波成分に対する周波数推定結果。左図は従来手法 [1] による推定結果，右図は提案手法による推定結果を示す。真の周波数を緑線で示した。丸は [1] に基づいており，白いほど正弦波であることを示している。

いるよりも精度良く真の周波数を推定できたことが分かる。振幅の周波数偏微分は誤差の平均値と中央値がともに小さく，全時間フレームで安定して周波数を推定できたと言える。一方で，時間偏微分，周波数偏微分では外れ値により誤差の平均値が増大したが，中央値は振幅よりも小さかった。以上から，振幅の情報と時間偏微分，周波数偏微分の情報を統合することで，精度の高い周波数推定ができると考えられる。

次に，成分同士が交差する信号に対して実験を行った。結果を図-5 に示す。交差点付近では正弦波成分の周波数が近接するため，従来手法では推定結果が真の周波数からずれる傾向が見られるが，提案手法ではより高い精度で周波数を推定でき，正弦波的信号を判別できることが分かった。

5 むすび

本稿では，窓幅の異なる複数のスペクトログラムについて，[1] の手法によって零点を求めたうえで，それを用いたフィッティングによって周波数の近い正弦波成分の推定を行う手法を提案した。今後は，ノイズを付加した場合の推定精度の変化を観察しつつ，実信号への適用を通じた検証を行う。

参考文献

- [1] 丸林諒，赤石夏輝，矢田部浩平，“複素スペクトログラムの時間・周波数偏導関数の零点を用いた正弦波成分の推定，” 日本音響学会講演論文集，pp. 209-210 (2025. 9)。