

直交ウェーブレットでステップサイズを決める適応フィルタの検討*

☆船渡由梨, 内田蓮, 矢田部浩平 (農工大), 泉悠斗, 高橋祐, 近藤多伸 (ヤマハ株式会社)

1 はじめに

適応フィルタによるインパルス応答の推定性能は、音声などの有色信号への適用時やインパルス応答長が長いときに低下することがある。この問題に対して、我々は前回、フィルタの更新方向を適応的に調整する Variable-metric Adaptive Projected Subgradient Method (V-APSM) [1] の計量行列を、周波数領域における Adam の 2 次モーメントに基づいて設計する SpecAdam を提案した [2]。しかし、この手法は、更新のたびに高速フーリエ変換 (FFT) を用いて入力信号を周波数領域に変換するため計算量が多く、実時間計算に課題が残る。そこで本稿では、周波数領域への変換方法として、FFT よりも計算量が少ない離散ウェーブレット変換 (DWT) を用いた手法を提案する。実験により、提案法が有色信号に対する推定性能の低下をある程度抑えつつ、実際に計算時間を短縮できることを確認した。

2 V-APSM の計量行列

適応フィルタと未知系の出力誤差が最小になるようにフィルタ係数を更新する適応アルゴリズムは、未知のインパルス応答を推定する。適応アルゴリズムの一つである V-APSM のフィルタ係数 $\mathbf{w}_k$ の更新式は、初期値を $\mathbf{w}_1 \in \mathbb{R}^N$ とし、

$$\mathbf{w}_{k+1} = T_k \left(\mathbf{w}_k - \lambda_k \frac{f_k(\mathbf{w}_k)}{\mathbf{g}_k^T \mathbf{Q}_k^{-1} \mathbf{g}_k} \mathbf{Q}_k^{-1} \mathbf{g}_k \right)$$

である。ただし、 f_k は目的関数、 $\mathbf{g}_k$ は f_k の劣勾配、 $\lambda_k \in (0, 2)$ はステップサイズ、 T_k は強アトラクト写像、 $\mathbf{Q}_k$ は $N \times N$ 正定値行列である。なお、 $\mathbf{g}_k = \mathbf{0}$ の場合は $\mathbf{w}_{k+1} = T_k(\mathbf{w}_k)$ と定める。 $\mathbf{Q}_k$ は計量行列と呼ばれ、パラメータ空間を歪ませることでアルゴリズムの挙動を変える役割をもつ。適切に計量行列を設計することで、収束を速めることが可能である。

SpecAdam [2] では、計量行列を $\mathbf{Q}_k = \mathbf{F}^{-1} \mathbf{V}_k \mathbf{F}$ と定義する。ここで、 $\mathbf{F}$ は離散フーリエ変換行列、 $\mathbf{V}_k$ は劣勾配のスペクトル $\mathbf{F} \mathbf{g}_k$ の 2 次モーメントの推定値 $\tilde{\mathbf{v}}_k + \epsilon$ を対角成分にもつ対角行列である。この計量行列により、各周波数成分の更新量が均一化されるため、SpecAdam は有色信号に対して優れた収束性能を発揮する。

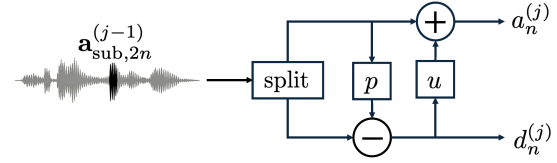


図-1 リフティングスキームの計算手順。

3 離散ウェーブレット変換 (DWT)

信号 $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_{2M})^T$ に対し、DWT は次の畳み込み演算で再帰的に定義される。

$$a_n^{(j)} = \sum_{k=1}^L \phi_k a_{2n-k+1}^{(j-1)}, \quad d_n^{(j)} = \sum_{k=1}^L \psi_k a_{2n-k+1}^{(j-1)}$$

ここで、 $j = 1, 2, \dots, j_{\max}$ は分解レベルを表し、 $n = 1, 2, \dots, 2^{M-j}$ であり、 $a_n^{(0)} = x_n$ とする。また、 $\phi = (\phi_1, \dots, \phi_L)^T$, $\psi = (\psi_1, \dots, \psi_L)^T$ はそれぞれローパスフィルタ及びハイパスフィルタであり、各係数はウェーブレット基底ごとに定義される。 $N = 2^M$ とすると、FFT の乗算回数が $O(N \log N)$ であるのに対し、DWT では $O(N)$ であり、高速に計算できる。

DWT では、リフティングスキームと呼ばれる高速な計算アルゴリズムがよく用いられる。図-1 にその具体的な手順を示す。まず、 $\mathbf{a}_{\text{sub},2n}^{(j-1)} = (a_{2n-L+1}^{(j-1)}, \dots, a_{2n}^{(j-1)})^T$ を奇数・偶数サンプルに分離 (split) する。次に、予測演算子 p を用いて、隣接する奇数サンプルから偶数サンプルの値を予測し、その差分から高周波成分 $d_n^{(j)}$ を算出する。このとき、予測演算子 p として、隣接する値をそのまま予測値とする 0 次予測や、両隣のサンプル値の平均をとる 1 次線形予測などを用いる。最後に、更新演算子 u を用いて、奇数サンプルを平滑化して、低周波成分 $a_n^{(j)}$ を得る。このとき、更新演算子 u は、隣接する高周波成分の和を定数倍する。図-1 の各演算子の適用順序と加減算の符号を反転することで、逆離散ウェーブレット変換 (IDWT) も高速に計算できる。

4 DWT 領域を介した適応フィルタの更新

本稿では、FFT より計算量が少ない DWT を用いて計量行列を設計する手法を提案する。具体的には、Alg. 1 に示すように、2 行目にて入力信号 $\mathbf{x}_k \in \mathbb{R}^N$ を DWT 領域に変換し、8 行目にて更新ベクトル $\tilde{\mathbf{g}}_k$ を IDWT で元の領域に戻す。ただし、 $\mathbf{W}$ は DWT、

*Investigation of adaptive filters that determine stepsize using orthogonal wavelets. By Yuri FUNATO, Ren UCHIDA, Kohei YATABE (Tokyo University of Agriculture and Technology), Yuto IZUMI, Yu TAKAHASHI and Kazunobu KONDO (Yamaha Corporation).

Algorithm 1 提案法

Require: $\mathbf{w}_0 \in \mathbb{R}^N$, $\lambda \in (0, 2)$, $\mathbf{v}_0 = \mathbf{0}$, $\beta \in [0, 1)$, $\epsilon \geq 0$

```

1: while  $k \geq 0$  do
2:    $\tilde{\mathbf{x}}_k \leftarrow \mathbf{W}(\mathbf{x}_k)$ 
3:    $\mathbf{e}_k \leftarrow \mathbf{d}_k - \mathbf{w}_k^T \mathbf{x}_k$ 
4:    $\mathbf{g}_k \leftarrow -\mathbf{e}_k \tilde{\mathbf{x}}_k$ 
5:    $\mathbf{v}_k \leftarrow \beta \mathbf{v}_{k-1} + (1 - \beta) |\mathbf{g}_k|^2$ 
6:    $\tilde{\mathbf{v}}_k \leftarrow \mathbf{v}_k / (1 - \beta^k)$ 
7:    $\tilde{\mathbf{g}}_k^{(tf)} \leftarrow \mathbf{g}_k \oslash \sqrt{\tilde{\mathbf{v}}_k + \epsilon}$ 
8:    $\tilde{\mathbf{g}}_k \leftarrow \mathbf{W}^{-1}(\tilde{\mathbf{g}}_k^{(tf)})$ 
9:    $\mathbf{w}_{k+1} \leftarrow \mathbf{w}_k + (\lambda \mathbf{e}_k / (\tilde{\mathbf{g}}_k^T \mathbf{x}_k)) \tilde{\mathbf{g}}_k$ 
10: end while

```

$\mathbf{W}^{-1}$ は IDWT を表す。ここで、 $|\cdot|$ は要素ごとの絶対値、 $\mathbf{d}_k \in \mathbb{R}$ は k 反復目の観測信号である。

また、さらなる計算量削減のため、DWT において、リフティングスキームを用いてオンライン処理を行う。DWT にて用いるローパスフィルタ及びハイパスフィルタの長さ L は適応フィルタの長さ N よりも十分に小さい。そのため、 n 番目の $a_n^{(j)}$ 及び $d_n^{(j)}$ は、 L 個のデータ $\mathbf{a}_{\text{sub}, 2n}^{(j-1)} = (a_{2n-L+1}^{(j-1)}, \dots, a_{2n}^{(j-1)})^T$ から計算できる。よって、新しいサンプルが入力された際に変化する周波数成分のみを更新すれば $\tilde{\mathbf{x}}_k$ が得られる。このように、提案法では、計算する $\tilde{\mathbf{x}}_k$ の要素を絞ることで、さらに計算量を削減できる。

5 実験

提案法の有効性を検証するため、Normalized Least Mean Squares (NLMS) 法, Adam, SpecAdam を比較対象としてシミュレーションを行った。 λ は Adam で 10^{-4} , 他手法で 0.5 とし, β は Adam, SpecAdam, 提案法ともに 0.999 を用いた。提案法では, Haar ウェーブレット及び CDF5/3 ウェーブレットの 2 種類を使用し, 分解レベルは 1 とした。Adam の目的関数とハイパーパラメータは提案法と同一とし, $\epsilon = 10^{-8}$ とした。入力信号は AR(1) 信号, 未知系 $\mathbf{w}_{\text{true}} \in \mathbb{R}^N$ は鏡像法により生成した室内インパルス応答を用いた。フィルタ長は $N = 4096$, 背景雑音の SNR は 30 dB とした。また, インパルス応答の時間変化に対する追従性能を評価するために, 途中で 12 タップのシステム遅延を導入した。評価指標には, $10 \log_{10}(E[\|\mathbf{w}_{\text{true}} - \mathbf{w}_k\|_2^2] / E[\|\mathbf{w}_{\text{true}}\|_2^2])$ で定義される正規化平均二乗偏差 (NMSD) を 10 回の独立試行から計算して用いた。また, 各反復の計算時間も評価指標として用いた。

図-2 に, 反復回数に対する NMSD の推移を示す。提案法はどちらのウェーブレットを用いた場合も, NLMS 法と比べて収束速度が向上した。また, 提案法は, SpecAdam よりも初期及びシステム遅延発生後の収束速度が劣る一方で, 定常状態における推定

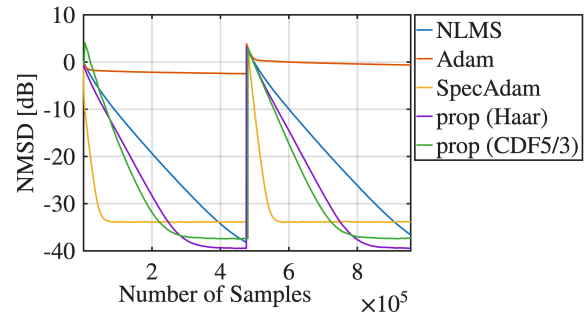


図-2 各手法の反復回数に対する NMSD の推移。

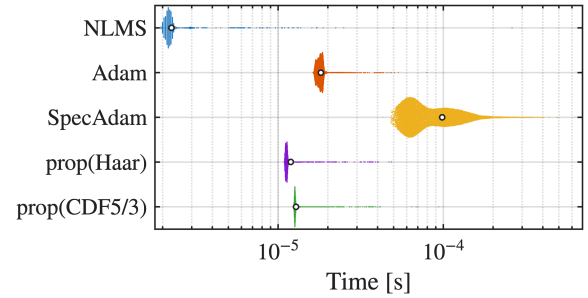


図-3 各反復の計算時間の散布図。白抜きの円形マーカーは各手法ごとの平均値を示す。

性能は向上した。続いて, ウェーブレット基底の種類に着目する。CDF5/3 ウェーブレットを用いた提案法は, Haar ウェーブレットと比較して, 初期及びシステム遅延発生後のいずれにおいても収束速度がやや向上した。これは, 周波数方向の局在性に優れた CDF5/3 ウェーブレットを用いたことで, 時間周波数領域における周波数成分の混在が抑制されたためと考えられる。

図-3 に各反復の計算時間の散布図を示す。提案法の平均値が SpecAdam よりも低下し, Adam と同程度まで計算時間が短縮された。この結果から, DWT の適用による計算時間への影響を抑えられることが示唆された。また, ウェーブレット基底による計算時間の違いはほとんど見られなかった。

6 むすび

本稿では, 時間周波数領域上の勾配の二次モーメントを用いた適応アルゴリズムを提案した。実験結果から, リフティングスキームによる DWT のオンライン処理を行うことで, 有色信号に対する推定性能をある程度維持しつつ, 1 反復の計算時間を削減できることを示した。今後は, より長いインパルス応答を推定する場合や実音声を用いた場合の検証を進める。

参考文献

- [1] M. Yukawa, K. Slavakis and I. Yamada, “Adaptive parallel quadratic-metric projection algorithms,” *IEEE Trans. Audio Speech Lang. Process.*, **15**, 1665–1680 (2007).
- [2] 内田蓮, 矢田部浩平, 泉悠斗, 高橋祐, 近藤多伸, “適応フィルタにおける適応学習率アルゴリズムの検討,” 日本音響学会講演論文集, pp. 213–214 (2026.3).