整理番号
5

2026 年度 10 月・2027 年度 4 月入学　東京農工大学大学院工学府博士前期課程

問　題　用　紙　　専門科目

化学物理工学専攻

12 枚のうち 1

受験番号	MC－

注 意 事 項 （試験開始前に必ず読むこと）

1．試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。
2．問題は，大問 1 から大問 7 まで合計 7 問ある。
3．大問 1 は必ず解答し，大問 2 から大問 7 までの 6 問中から 3 つの大問を選択して，合計 4 つの大問を解答すること。
4．解答には，問題用紙に記された大問番号に対応した所定の解答用紙を使用すること。問題用紙や下書用紙への記入は採点対象にはなりません。
5．選択した 3 つの大問以外の解答用紙には左上隅から右下隅，および，右上隅から左下隅まで直線を引き（大きな×印を描き），採点対象としないことを明示しておくこと。
6．大問 2 から大問 7 のうち，4 問以上の大問を解答して提出した場合，大問番号が小さい順に，3 問を採点対象とする。
7．問題用紙（12 枚），解答用紙（14 枚），および下書用紙（7 枚）の針金とじは，はずしてはいけません。
8．試験開始の指示の後，解答用紙は全ページの所定欄に，問題用紙，下書用紙は 1 ページ目の所定欄に受験番号を記入すること。
9．解答欄が足りない場合，解答用紙の裏面を使用しても良い。
10．関数電卓・直線定規は使用しても良い。
11．問題用紙，解答用紙，および下書用紙は全て試験終了後に回収する。持ち帰ってはいけません。

整理番号	2026 年度 10 月・2027 年度 4 月入学　東京農工大学大学院工学府博士前期課程	化学物理工学専攻
5	問　題　用　紙　　専門科目	

12 枚のうち 2

1

ある一定圧力から別の一定圧力へ，気体を多孔質の障壁を通して膨張させるジュール-トムソン膨張は，気体の冷却や液化に用いられる。この膨張過程を考えるために，図 1-1 に示すモデルを考える。障壁左側（上流側）に存在する物質量 1 モルの気体の圧力，体積，温度をp,V,Tとする（図 1-1 上）。その気体が圧力一定のままピストンで押し込まれ，障壁を抜けて右側（下流側）に入り，左側と無限小だけ異なる圧力$p+\mathrm{d}p$でピストンを押す（図 1-1 真ん中）。ただし，右側の圧力は左側より低いため，$\mathrm{d}p<0$である。気体が全て右側に移動した後の圧力，体積，温度は，左側と無限小だけ異なる$p+\mathrm{d}p, V+\mathrm{d}V, T+\mathrm{d}T$である（図 1-1 下）。容器は断熱されていて，外部との熱のやりとりはない。気体の内部エネルギー，エンタルピー，エントロピー，ギブズエネルギー（ギブズの自由エネルギー）をそれぞれ文字U,H,S,Gで表す。以下の問いに答えよ。解答にあたっては導出過程も示すこと。

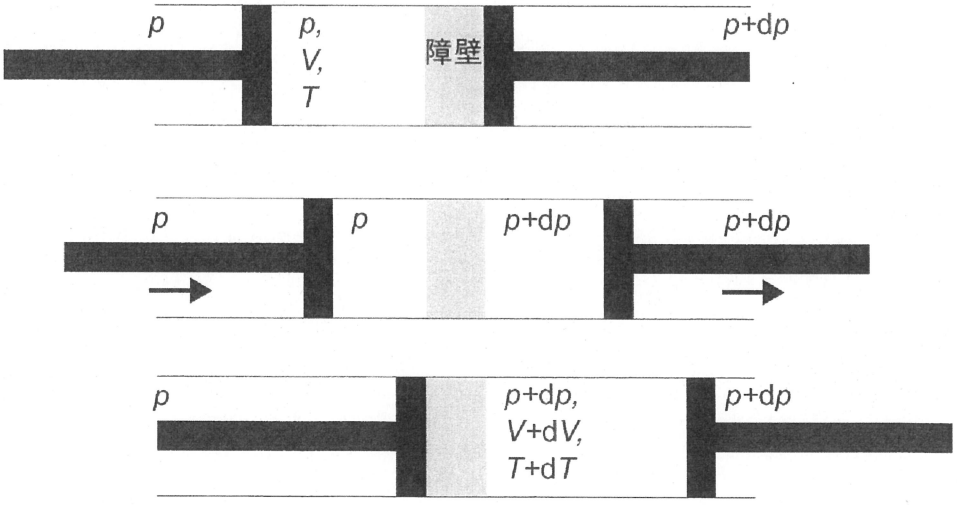


図 1-1

1

〔1〕この膨張過程が等エンタルピー過程であることを以下のように示す。なお，解答にあたり2次の微少量（たとえばdpdV）は無視すること。

（1）この過程は断熱過程なので，内部エネルギーの変化dUは，気体が障壁の左側でされた仕事と右側でした仕事の差に等しい。dUを$p, \mathrm{d}p, V, \mathrm{d}V$を用いて表せ。

（2）このときのエンタルピーの変化dHを計算し，それがゼロであることを示せ。

〔2〕この膨張過程（$\mathrm{d}H = 0$の過程）におけるエントロピー変化を以下のように考える。

（1）dHを$V, T, \mathrm{d}p, \mathrm{d}S$（d$S$はエントロピーの変化）を用いて表せ。

（2）この膨張過程におけるdSを$V, T, \mathrm{d}p$を用いて表せ。それに基づき，この過程でエントロピーは増大するか，変わらないか，減少するか，を述べよ。

〔3〕ジュールートムソン膨張での温度変化を分子間相互作用から定性的に考える。ジュールートムソン膨張で気体の温度が低下するためには，気体分子間の相互作用は引力的でなくてはならないか，あるいは斥力的でなくてはならないか。次の(a)(b)の言葉を用いて定性的に説明せよ。

(a)分子間相互作用のポテンシャルエネルギー　　(b)分子の運動エネルギー

〔4〕ジュールートムソン膨張での温度変化を定量的に考える。次式で定義されるジュールートムソン係数μは，ジュールートムソン膨張における温度変化を特徴づける。

$$\mu = \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_H$$

このμを別の測定可能な物理量を用いて表すため，以下のように考える。

（1）ギブズエネルギー$G = H - TS$の変化dGを$V, S, \mathrm{d}p, \mathrm{d}T$を用いて表せ。

（2）問い〔4〕（1）の解答を使って次の式を導出せよ。

$$\left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_T = V - T\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p$$

（3）膨張率$\alpha = \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p$，定圧熱容量$C_p = \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_p$を用いて，ジュールートムソン係数がこの膨張過程において以下のように書けることを示せ。導出に当たり，$\mathrm{d}H = \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_p \mathrm{d}T + \left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_T \mathrm{d}p$の関係式を利用するとよい。

$$\mu = \frac{(\alpha T - 1)V}{C_p}$$

1

〔5〕物質量 1 モルの気体の状態方程式として次のビリアル状態方程式を考える。

$$pV = RT + Bp$$

ここでRは気体定数，Bは第 2 ビリアル係数である。なおBは一般にTの関数である。これを用いて，以下のようにジュールートムソン膨張における温度変化を考える。

（1）問い〔4〕（3）で示した式に基づき，ジュールートムソン係数μを$T, B, \frac{dB}{dT}, C_p$を用いて表せ。

（2）気体が完全気体（理想気体）の場合，μを求めよ。

（3）図 1–2 に，ある実在気体の第 2 ビリアル係数の温度依存性を図示した。問い〔5〕（1）の解答とこのグラフより，ある温度未満ではジュールートムソン膨張で気体の温度が低下することがわかる。その温度を，グラフを利用して有効数字 1 桁で求めよ。解答にあたり必要な補助線などがあれば解答用紙のグラフを利用して示すこと。

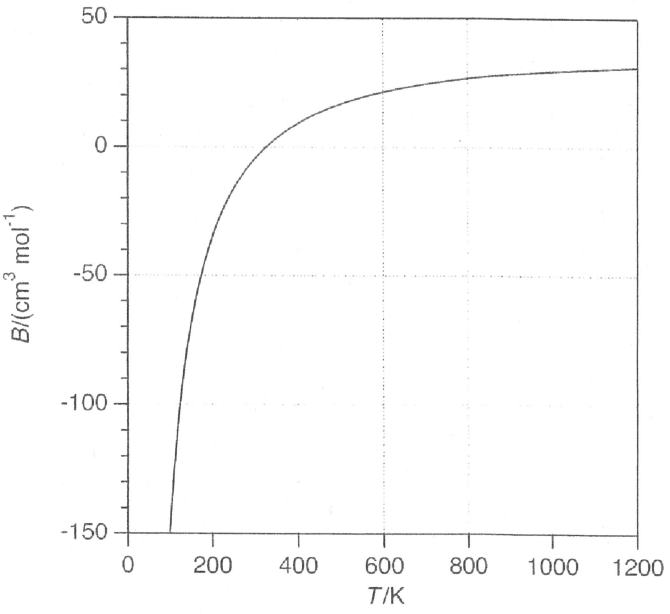


図 1–2

整理番号	2026年度10月・2027年度4月入学　東京農工大学大学院工学府博士前期課程	化学物理工学専攻
5	問　題　用　紙　　専門科目	

12枚のうち5

2

〔1〕図2－1のように，極板間距離が d，極板面積が S の平行平板コンデンサがある。この極板は正方形であり，極板間は，上半分が誘電体1（誘電率 ε_1，厚さ $d/2$），下半分が誘電体2（誘電率 $\varepsilon_2 \neq \varepsilon_1$，厚さ $d/2$）で満たされている。以下の問いに答えよ。ただし，d は極板の一辺の長さに比べて十分小さく，極板端での効果は無視できるものとする。

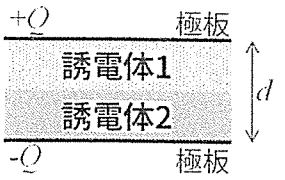


図2－1

（1）コンデンサの合成静電容量 C を，ε_1，ε_2，S，d を用いて示せ。導出過程も書くこと。

（2）コンデンサに電荷量 Q を蓄えたとき，誘電体1と誘電体2との界面における電束密度の法線方向成分の大きさをそれぞれ D_1，D_2，電場の大きさをそれぞれ E_1 と E_2 とする。このとき，D_1 と D_2 の関係式を示せ。

（3）E_1 と E_2 を，ε_1，ε_2，Q，S を用いてそれぞれ示せ。導出過程も書くこと。

〔2〕平面導体板の表面近傍の電磁波を考える。図2－2のように，導電率 σ，透磁率 μ，厚さ d の平面導体板がある。この導体板は x 軸方向および z 軸方向に無限に広がり，厚さ方向を y 軸とする。導体板の表面を $y = 0$ とし，電磁波が y 軸の負の区間から y 軸の正の向きに導体表面へ入射しているものとする。ここで，$y = 0$ において，角周波数 ω で z 軸方向に振動する磁束密度は，$\boldsymbol{B}(y = 0, t) = B_0\, e^{i\omega t}\, \boldsymbol{e}_z$ であるとする。ただし，$\boldsymbol{e}_z$ は z 軸正方向の単位ベクトルである。以下の問いに答えよ。なお，導体内の変位電流は無視できるものとし，導体内の電磁場は時刻 t と y 座標にのみ依存するものとする。

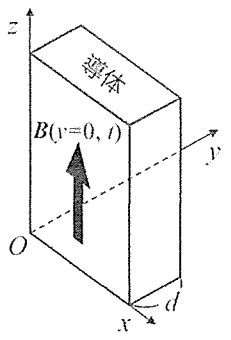


図2－2

（1）導体内には渦電流が発生する。導体内に発生する電場を $\boldsymbol{E}(y,t)$ とすると，ファラデーの法則 $\nabla \times \boldsymbol{E} = -\partial \boldsymbol{B}/\partial t$ より，$\boldsymbol{E}(y,t)$ はどの軸に平行な成分をもつか答えよ。

（2）電流密度を $\boldsymbol{J}$ とする。マクスウェル方程式とオームの法則 $\boldsymbol{J} = \sigma \boldsymbol{E}$ を用いて，導体内の磁束密度 $\boldsymbol{B}(y, t)$ が満たす方程式 $\partial \boldsymbol{B}/\partial t = (\mu\sigma)^{-1}\, \partial^2 \boldsymbol{B}/\partial y^2$ を導出せよ。ただし，$\nabla \times (\nabla \times \boldsymbol{B}) = \nabla(\nabla \cdot \boldsymbol{B}) - \nabla^2 \boldsymbol{B}$ を用いてよい。

（3）$\boldsymbol{B}(y, t) = B(y)\, e^{i\omega t}\, \boldsymbol{e}_z$ とするとき，問い（2）の方程式はどのような常微分方程式になるかを書け。さらにこの式を解き，$B(y) = B(0) \exp(-(1 + i)y/\delta)$ となることを導け。ただし，$\sqrt{\exp(i\pi/2)} = (1 + i)/\sqrt{2}$，表皮深さ $\delta = \sqrt{2/(\omega\mu\sigma)}$ を用いてよい。

（4）厚さ d の導体板を透過した磁束密度の振幅減衰率 $|B(d)|/|B(0)|$ を求め，$d \gg \delta$ の場合と，$d \ll \delta$ の場合でそれぞれ導体内部の磁束密度はどのようになるかを説明せよ。

整理番号	2026年度10月・2027年度4月入学　東京農工大学大学院工学府博士前期課程	化学物理工学専攻
5	問　題　用　紙　専門科目	

12枚のうち6	受験番号	MC−

3

質量mの粒子がx軸方向の一次元調和型ポテンシャル$V(x)=\frac{1}{2}m\omega^2x^2$中を運動する場合の量子力学的ハミルトニアンは

$$\hat{H}=\frac{\hat{p}^2}{2m}+\frac{1}{2}m\omega^2\hat{x}^2=-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{1}{2}m\omega^2x^2$$

であたえられる。ここで$\hat{x}$は粒子の位置演算子，$\hat{p}$は粒子の運動量演算子，$\hbar$はディラック定数である。またωは系を古典的に扱った場合の固有角周波数で，$m\omega^2$がバネ定数に相当する。ここで演算子$\hat{x}$と$\hat{p}$は交換関係 $[\hat{x},\hat{p}]=\hat{x}\hat{p}-\hat{p}\hat{x}=i\hbar$ を満たす。この粒子の空間部分の波動関数$\psi(x)$は，$x\to\pm\infty$において 0 に収束しなければならないこと，ポテンシャル$V(x)$が左右対称であることから，奇関数か偶関数のどちらかであるような関数$f(x)$を用いて$\psi(x)=f(x)\exp(-\alpha x^2)$と表せることが証明されている。このとき以下の問いに答えよ。解答にあたっては演算子にはハット（$\hat{}$）をつけ，演算子ではないものにはハットをつけず区別せよ。また可能な限り$m,\omega,\hbar$を用いて解答すること。固有関数は規格化する必要はない。なお公式

$$\int_{-\infty}^{\infty}\exp(-Ax^2)\,dx=\sqrt{\frac{\pi}{A}},\ \text{および}\int_{-\infty}^{\infty}x^2\exp(-Ax^2)\,dx=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{A^3}}$$

を用いてよい。

〔1〕2つの演算子の交換関係が 0 であるときのみ 2 つの演算子は同時固有関数を持つ。交換関係$[\hat{x},\hat{p}^2]=[\hat{x},\hat{p}\hat{p}]$を求め，$\hat{x}$と$\hat{H}$が同時固有関数を持つかどうかについて判定せよ。判定の理由も示すこと。

〔2〕今 $\psi(x)=f(x)\exp(-\alpha x^2)$ において$f(x)$が最も簡単な偶関数$f(x)=1$であるとする。このとき$\alpha=\frac{m\omega}{2\hbar}$ならば，$\psi(x)$は空間部分のシュレーディンガー方程式$\hat{H}\psi(x)=E\psi(x)$を満たすことが可能であることを示せ。（$x^2\exp(-\alpha x^2)$の項に着目せよ。）

整理番号
5

2026年度10月・2027年度4月入学　東京農工大学大学院工学府博士前期課程

問　題　用　紙　　専門科目

化学物理工学専攻

12枚のうち7

受験番号	MC－

3

〔3〕小問〔2〕の場合の波動関数$\psi(x)=\psi_1(x)$と，その時のエネルギー固有値E_1を示せ。求める過程も示すこと。

〔4〕小問〔3〕における波動関数$\psi_1(x)$に対し，$\psi_1(x)$の対称性を基に粒子の位置測定の結果に対する期待値

$$\langle\hat{x}\rangle=\langle\psi_1|\hat{x}|\psi_1\rangle/\langle\psi_1|\psi_1\rangle=\int_{-\infty}^{\infty}\psi_1^*(x)\hat{x}\psi_1(x)\mathrm{d}x\Big/\int_{-\infty}^{\infty}\psi_1^*(x)\psi_1(x)\mathrm{d}x$$

を求めよ。求める過程も示すこと。

〔5〕小問〔3〕における波動関数$\psi_1(x)$に対し，粒子の位置測定の結果が測定ごとに変動すること，すなわち位置測定のゆらぎに対する期待値

$$\triangle x=\sqrt{\langle(\hat{x}-\langle\hat{x}\rangle)^2\rangle}$$

が0とはならないことを説明せよ。$\hat{x}$と$\hat{H}$の交換関係を利用してよい。

〔6〕$f(x)$が最も簡単な奇関数$f(x)=x$であるとき，小問〔2〕と同じαに対して$\psi(x)$はシュレーディンガー方程式$\hat{H}\psi(x)=E\psi(x)$を満たす。その場合の波動関数$\psi(x)=\psi_2(x)$とエネルギー固有値E_2を示せ。求める過程も示すこと。

〔7〕小問〔3〕，〔6〕の空間部分の波動関数$\psi_1(x),\psi_2(x)$に対する時間部分を含めた波動関数はそれぞれ$\Psi_1(t,x)=\exp\left(-\mathrm{i}\frac{E_1}{\hbar}t\right)\psi_1(x)$, $\Psi_2(t,x)=\exp\left(-\mathrm{i}\frac{E_2}{\hbar}t\right)\psi_2(x)$である。$\Psi_1(t,x)$と$\Psi_2(t,x)$に対する重ね合わせ係数がそれぞれ1，$\lambda$（$\lambda$は実数）の場合の重ね合わせ状態$\Psi(t,x)=\Psi_1(t,x)+\lambda\Psi_2(t,x)$に対して，粒子の位置測定に対する期待値の時間変化

$$\langle\hat{x}\rangle(t)=\langle\Psi|\hat{x}|\Psi\rangle/\langle\Psi|\Psi\rangle=\int_{-\infty}^{\infty}\Psi^*(t,x)\hat{x}\Psi(t,x)\mathrm{d}x\Big/\int_{-\infty}^{\infty}\Psi^*(t,x)\Psi(t,x)\mathrm{d}x$$

を求めよ。求める過程も示すこと。

4

熱平衡状態において「1 つの量子状態に 2 個以上の粒子が入ることが許されず，しかもそれぞれの粒子は互いに区別ができない」エネルギー分布則を考える。このとき，以下の問いに答えよ。

〔1〕このエネルギー分布則の名称を答えよ。

〔2〕4 つの量子状態に 3 個の粒子を分配する場合の系の状態の総数（多重度関数）を求めよ。

〔3〕粒子が $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \cdots, \varepsilon_i, \cdots$ の互いに異なる離散的なエネルギー準位をとる，全粒子数 N の系を考える。エネルギー準位 ε_i にある g_i 個の量子状態に n_i 個（ただし $N = \sum_i n_i$ ）の粒子を分配する場合の系全体の状態の総数 Wを求めよ。

〔4〕〔3〕において，全エネルギー$E\left(= \sum_i n_i \varepsilon_i\right)$ および全粒子数N を一定とすると，W が最大となるとき，ひとつの量子状態の平均の粒子数（分布関数）$\frac{n_i}{g_i}$ が

$$\frac{n_i}{g_i} = \frac{1}{\exp(\alpha + \beta\varepsilon_i) + 1}$$

となることを示せ。ただし，α, β はラグランジェの未定乗数とする。また，n_i, g_iは非常に大きく，スターリングの公式 $\ln M! \approx M \ln M - M$ が使えるものとする。

〔5〕このエネルギー分布則を粒子数 N，体積 V の系に適用し，温度 T でのエネルギーを E とする。n_i, g_iに対してスターリングの公式が使えるものとしてエントロピー S を求めよ。必要であれば，ボルツマン定数 k_B を用いよ。

4

〔6〕〔5〕の系に対して熱力学関係式

$$\frac{1}{T}=\left(\frac{\partial S}{\partial E}\right)_V, \qquad \mu=-T\left(\frac{\partial S}{\partial N}\right)_{E,V}$$

をそれぞれ計算せよ。更に，その結果を使って未定乗数 α, β を導出せよ。ただし，μ は化学ポテンシャルである。

〔7〕絶対零度の極限（$T \to 0$）での化学ポテンシャルを ε_F とする。〔4〕で示した分布関数 $\frac{n_i}{g_i}$ の絶対零度の極限での値がエネルギー ε_i に依存してどのように変化するか，ε_F を用いて説明せよ。

〔8〕〔4〕で示した分布関数は $\exp(\alpha+\beta\varepsilon_i) \gg 1$ と近似できる古典領域では

$$\frac{n_i}{g_i}=\frac{1}{\exp(\alpha+\beta\varepsilon_i)}$$

と記述できる。この近似が成り立つときの温度 T や粒子密度 $\frac{N}{V}$ がどのような場合かを答え，そう考える理由を定性的に説明せよ。

5

厚み X_0 [m]の十分に広い平板状の発熱体がある。発熱体の単位体積あたりの発熱速度は P [W/m^3]，熱伝導度は κ [W/(m·K)]であり，これらの値は発熱体の場所および温度によらず一定である。発熱体の一方の面は，断熱材によって完全に断熱されている（ $x=0$ m で断熱 ）。発熱体内部は，厚み方向（ x 軸方向）の一次元の熱伝導のみが起きており，発熱体内部の x 軸正方向の熱流束を q_x [W/m^2]とする。ここで，定常状態での厚み方向に対する温度 T [K] の分布を考えたい。なお，発熱体のもう一方の面（ $x=X_0$ ）は流体に接して冷却されており，この流体のバルク温度は T_A [K]，発熱体の流体側表面と流体との間の熱伝達係数は h [W/(m^2·K)] である。次の問いに答えよ。ただし，答えを導く過程も記述せよ。

〔1〕発熱体の内部に，厚みΔx [m]の十分に広い平板状の微小領域を考える。そして，その平板状の微小領域に対する熱収支を取り，さらに Fourier 式を導入することで，定常状態での発熱体内部の温度分布を表す微分方程式を示せ。

〔2〕定常状態における，発熱体内部の熱流束 q_x の分布を，適切な境界条件を用いて求めよ。

〔3〕定常状態における，発熱体内部の温度 T の分布を，適切な境界条件を用いて導出せよ。なお，発熱体の流体側表面と流体との間では対流伝熱が起こるとする。

〔4〕発熱体内部の最高温度が，発熱体の融点 T_m [K]に達しないために，流体温度 T_A が満たすべき条件を求めよ。

6

以下に示すような素反応で表される液相酵素反応を一定の温度で撹拌槽を用いて回分操作で行う。

$$E + S \underset{k_2}{\overset{k_1}{\rightleftarrows}} ES \xrightarrow{k_3} E + P$$

ここで，E は酵素，S は基質，P は反応生成物，ES は酵素と基質との反応中間体で，ES の濃度は S の濃度よりもはるかに小さく，ES の濃度に対して定常状態近似が適用できる。k_1，k_2，k_3 は各矢印方向の素反応の反応速度定数であり、この素反応以外の反応は起こらず，反応に伴う体積変化は無いとする。このとき，以下の問い〔1〕から〔4〕に答えよ。各成分の濃度は，[E], [S]のように記述し，全酵素の濃度を[E_0]とする。答えのみではなく，途中の考え方も記述せよ。

〔1〕反応中間体 ES の正味の生成速度 $\frac{d}{dt}$[ES] を，各成分の濃度と反応速度定数のうち必要なものを用いて記述せよ。

〔2〕P の生成速度$r_P = \frac{d}{dt}$[P]を表す式を，[E_0]，[S]と k_1，k_2，k_3 を用いて記述せよ。

〔3〕[E_0] = 2.0×10^{-6} mol・m^{-3} としてこの反応を行なったところ，[S]とその時の P の生成速度（r_p）について，下記のようなデータを得た。このデータは〔2〕で求めた生成速度式にしたがうとし，$k_1 = 6.0\times10^{2}$ m^3・mol^{-1}・s^{-1} とする時，k_2 および k_3 を求めよ。

[S] [mol・m^{-3}]	5.0	1.0×10
r_p [mol・s^{-1}・m^{-3}]	2.5×10^{-3}	4.0×10^{-3}

〔4〕〔3〕の反応において，反応開始時の S の濃度を 1.2×10 mol・m^{-3} として反応を行なったとき，反応開始から S の反応率が 95% になるまでに必要な時間[s]を求めよ。

整理番号
5

2026年度10月・2027年度4月入学　東京農工大学大学院工学府博士前期課程

問　題　用　紙　　専門科目

化学物理工学専攻

12 枚のうち 12

7

次の〔1〕～〔3〕の問いについて，答えを導く過程も記述して答えなさい。

〔1〕ベンゼン（モル分率 0.40）およびトルエン（モル分率 0.60）の混合溶液を 100 kmol h^{-1} で供給して全圧 101 kPa，温度 370 K でフラッシュ蒸留を行い，塔底からはモル分率 x_1 のベンゼンを含む流量 L [kmol h^{-1}]の溶液を，塔頂からはモル分率 y_1 のベンゼンを含む流量 V [kmol h^{-1}]の蒸気を回収する。このとき，L，V，x_1，y_1 をそれぞれ有効数字2桁で求めよ。ただし，ベンゼン・トルエンの混合溶液は理想溶液とみなし，ラウールの法則が成り立つと仮定する。純ベンゼンおよび純トルエンの飽和蒸気圧 P_1^* および P_2^* [kPa]は，以下に示すアントワン式（温度 T [K]）によって与えられる。

$$\text{ベンゼン：} \log_{10} P_1^* = 6.0306 - \frac{1211.03}{T-52.35}$$

$$\text{トルエン：} \log_{10} P_2^* = 6.0795 - \frac{1344.81}{T-53.65}$$

〔2〕成分 A を含む排ガスを水に吸収させる操作を向流接触式の充填塔で行う。充填塔内の任意の高さ位置におけるバルクの液相の A のモル分率を x_A，バルクの気相の A のモル分率を y_A とする。A 以外の成分は水に溶解しない。A の水への溶解平衡は，気液界面における気相の A のモル分率を y_i，液相の A のモル分率を x_i，比例定数を m とすると，$y_i = mx_i$ で表せる。気相から液相への A の物質移動は二重境膜説で表され，気相物質移動係数は k_y [mol m^{-2} s^{-1}]，液相物質移動係数は k_x [mol m^{-2} s^{-1}]，液相基準総括物質移動係数は K_x [mol m^{-2} s^{-1}]である。以下の各問いに答えよ。

(1) K_x と，k_x，k_y，m との間には，次の関係が成り立つ。

$$\frac{1}{K_x} = \boxed{①} + \boxed{②}$$

このとき，右辺第一項および第二項はそれぞれガス側抵抗および液側抵抗である。①，②をそれぞれ k_x，k_y，m のうち必要なものを用いて表せ。

(2) 気液界面における液相の A のモル分率 x_i を，x_A，y_A，k_x，k_y，m を用いて表せ。気相および液相の境膜では濃度分布は直線とみなせ，Fick の第一法則が成り立つとする。

〔3〕成分 A を含む廃液から A を回収する吸脱着プロセスを考える。濃度 C_0 [kg m^{-3}]の A を含む廃液 V_1 [m^3]に，W [kg]の吸着剤を入れ，撹拌した。十分な時間経過後，廃液中の A の濃度が C_1 [kg m^{-3}]，吸着剤の A の吸着量が q_1 [kg kg^{-1}]の吸着平衡に達した。その後，廃液中の吸着剤を全量取り出し，A を含まない清澄な水 V_2 [m^3]に入れ，撹拌した。十分な時間経過後，水中の A の濃度が C_2 [kg m^{-3}]，吸着剤の A の吸着量が q_2 [kg kg^{-1}]の吸着平衡に達した。吸着剤には A 以外の成分は吸着せず，吸着・脱着操作は同じ温度で実施されるものとする。吸着等温線がヘンリーの吸着式 $q = HC$（定数 H [m^3 kg^{-1}]）で表されるとき，A の回収割合 $C_2V_2/(C_0V_1)$を，V_1，V_2，W，H を用いて表せ。

解答例

整理番号
5

2026 年度 10 月・2027 年度 4 月入学　東京農工大学大学院工学府博士前期課程

解　答　用　紙

試験科目	専　攻	受験番号	評　点
専門科目	化学物理工学専攻	MC－	

14 枚のうち 1

1

〔1〕

（1）

気体が左側でされた仕事pVと右側でした仕事$(p+\mathrm{d}p)(V+\mathrm{d}V)$との差なので，

$\mathrm{d}U = pV-(p+\mathrm{d}p)(V+\mathrm{d}V) = -p\mathrm{d}V - V\mathrm{d}p$（2 次の微少量は無視している）。

（2）

エンタルピー$H = U + pV$の変化$\mathrm{d}H$は，

$\mathrm{d}H = \mathrm{d}U + p\mathrm{d}V + V\mathrm{d}p = -p\mathrm{d}V - V\mathrm{d}p + p\mathrm{d}V + V\mathrm{d}p = 0$。

〔2〕

（1）

$\mathrm{d}U = T\mathrm{d}S - p\mathrm{d}V$なので

$\mathrm{d}H = \mathrm{d}U + p\mathrm{d}V + V\mathrm{d}p = T\mathrm{d}S + V\mathrm{d}p$である。

（2）

(1)より，等エンタルピー過程，すなわち$\mathrm{d}H = 0$のとき，$\mathrm{d}S = -\frac{V}{T}\mathrm{d}p$となる。

いま$\mathrm{d}p < 0$の過程を考えているので，$\mathrm{V} > 0, \mathrm{T} > 0$より$\mathrm{d}S > 0$。

つまりエントロピーは増大する。

解答例

整理番号
5

2026 年度 10 月・2027 年度 4 月入学　東京農工大学大学院工学府博士前期課程

解　答　用　紙

試験科目	専　攻	受験番号	評　点
専門科目	化学物理工学専攻	MC－	

14 枚のうち 2

1

〔3〕

気体の温度が低下するということは分子の運動エネルギーが小さくなるということである。いま断熱過程なので，その減少分だけ分子間相互作用のポテンシャルエネルギーが大きくなる。膨張して分子間の距離が広がる時にこれが大きくなるためには，分子間力は引力的でなくてはいけない。

〔4〕

（1）

$G = H - TS$より，

$\mathrm{d}G = \mathrm{d}H - T\mathrm{d}S - S\mathrm{d}T = T\mathrm{d}S + V\mathrm{d}p - T\mathrm{d}S - S\mathrm{d}T = -S\mathrm{d}T + V\mathrm{d}p$。

（2）

(1)よりマクスウェルの関係式$\left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_T = -\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p$が得られる。

さらに，$\mathrm{d}H = T\mathrm{d}S + V\mathrm{d}p$より$\left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_T = T\left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_T + V$。よって，$\left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_T = V - T\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p$。

（3）

$\mathrm{d}H = \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_p \mathrm{d}T + \left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_T \mathrm{d}p = 0$より$\left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_p \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_H + \left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_T = 0$，つまり$C_p\mu + \left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_T = 0$。

よって

$$\mu = -\frac{\left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_T}{C_p} = \frac{T\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p - V}{C_p} = \frac{T\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p V - V}{C_p} = \frac{(\alpha T - 1)V}{C_p}$$

解答例

整理番号
5

2026 年度 10 月・2027 年度 4 月入学　東京農工大学大学院工学府博士前期課程

解　答　用　紙

試験科目	専　攻	受験番号	評　点
専門科目	化学物理工学専攻	MC−	

14 枚のうち 3

1

〔5〕

（1）

$V = \frac{R}{p}T + B$なので$\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p = \frac{R}{p} + \frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}T} = \frac{V-B}{T} + \frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}T}$。よって

$$\mu = \frac{(V - B + T\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}T} - V)}{C_p} = \frac{T\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}T} - B}{C_p}$$

（2）

完全気体では$B = 0$なので，上問(1)の解に$B = 0, \frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}T} = 0$を代入して，$\mu = 0$。

（3）(1)より$\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}T} > \frac{B}{T}$のとき$\mu > 0$なので，$\mathrm{d}p < 0$のとき$\mathrm{d}T < 0$となる。$\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}T}$はグラフの曲線上のある点での接線の傾き，$\frac{B}{T}$はグラフの原点からその点に引いた直線の傾きである。従って，グラフの原点を通りグラフの曲線に接する線を引いた時の接点の温度が$\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}T} = \frac{B}{T}$となる温度である。その温度未満だと曲線の形より$\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}T} > \frac{B}{T}$。作図から接点を読み取り温度は 600 K。

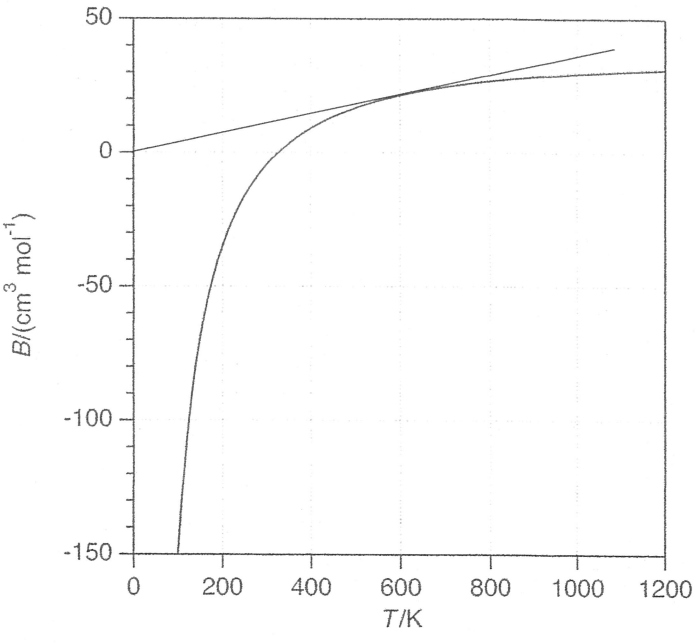


図 1−2

解答例

整理番号
5

2026 年度 10 月・2027 年度 4 月入学　東京農工大学大学院工学府博士前期課程

解　答　用　紙

試験科目	専　攻	受験番号	評　点
専門科目	化学物理工学専攻	MC－	

14 枚のうち 4

選択した 3 つの大問以外の解答用紙には大きな×印を描き，採点対象としないことを明示しておくこと。

2

大問 2 の解答用紙 2 枚のうち 1

〔1〕（1）

誘電体 1 の静電容量は，

$$C_1 = \frac{\varepsilon_1 S}{d/2} = \frac{2\varepsilon_1 S}{d}$$

誘電体 2 の静電容量は，

$$C_2 = \frac{\varepsilon_2 S}{d/2} = \frac{2\varepsilon_2 S}{d}$$

これらは直列に接続されているので，合成静電容量 C は，

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

したがって，

$$C = \frac{2\varepsilon_1 \varepsilon_2 S}{d(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)}$$

$$C = \frac{2\varepsilon_1 \varepsilon_2 S}{d(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)}$$

（2）　$D_1 = D_2$

（3）　極板表面の面電荷密度は Q/S となる．直列に入っている両誘電体を通る電束密度は一致するので，

$$D_1 = D_2 = D = \frac{Q}{S}$$

である．一方，各誘電体内では　$D = \varepsilon_1 E_1 = \varepsilon_2 E_2$　であるから，

$$E_1 = \frac{Q}{\varepsilon_1 S}$$

$$E_2 = \frac{Q}{\varepsilon_2 S}$$

〔2〕（1）　磁束密度は　$\boldsymbol{B}(y=0,t) = B_0 e^{i\omega t}\,\boldsymbol{e}_z$　なので，ファラデーの法則　$\nabla \times \boldsymbol{E} = -\partial \boldsymbol{B}/\partial t$　の z 軸方向成分のみを考える．ここで電磁場は y 座標にのみ依存するので，

$$\left(\text{左辺}\right) = (\nabla \times \boldsymbol{E})_z = \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = -\frac{\partial E_x}{\partial y}$$

$$\left(\text{右辺}\right) = -\frac{\partial}{\partial t}\left(B_0 e^{i\omega t}\right) = -i\omega\left(B_0 e^{i\omega t}\right)$$

なので，

$$\frac{\partial E_x}{\partial y} = i\omega\left(B_0 e^{i\omega t}\right)$$

とできる。したがって，$\boldsymbol{E}(y,t)$ は　x 軸方向成分のみをもつ．

解答例

整理番号
5

2026 年度 10 月・2027 年度 4 月入学　東京農工大学大学院工学府博士前期課程

解　答　用　紙

試験科目	専　攻	受験番号	評　点
専門科目	化学物理工学専攻	MC—	

14 枚のうち 5

選択した３つの大問以外の解答用紙には大きな×印を描き，採点対象としないことを明示しておくこと。

2

大問 2 の解答用紙２枚のうち２

〔２〕 （２）磁場$\boldsymbol{H}$を用いると，$\nabla \times \boldsymbol{H} = \boldsymbol{J}$

$\boldsymbol{J} = \sigma \boldsymbol{E}$　　$\boldsymbol{B} = \mu \boldsymbol{H}$

なので，これらの式より，$\nabla \times \boldsymbol{B} = \mu \nabla \times \boldsymbol{H} = \mu \boldsymbol{J} = \mu\sigma \boldsymbol{E}$

したがって，$\boldsymbol{E} = \frac{1}{\mu\sigma} \nabla \times \boldsymbol{B}$

となる．この式をファラデーの法則に代入すると，

$$\nabla \times \boldsymbol{E} = \nabla \times \left(\frac{1}{\mu\sigma} \nabla \times \boldsymbol{B} \right) = -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}$$

$\nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0$ と $\nabla \times (\nabla \times \boldsymbol{B}) = \nabla(\nabla \cdot \boldsymbol{B}) - \nabla^2 \mathrm{B}$より，

$$\frac{1}{\mu\sigma}(-\nabla^2 \boldsymbol{B}) = -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}$$

よって，$\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} = \frac{1}{\mu\sigma} \nabla^2 \boldsymbol{B}$

である．$\boldsymbol{B}$は，時刻t とy座標にのみ依存するので，

$$\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} = \frac{1}{\mu\sigma} \frac{\partial^2 \boldsymbol{B}}{\partial y^2}$$

（３）$\boldsymbol{B}(y,t) = B(y) e^{i\omega t} \boldsymbol{e}_z$を問い(2)で求めた方程式に代入すると，

$$\left(\text{左辺}\right) = \frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} = \boldsymbol{e}_z \frac{\partial}{\partial t}\left(B(y) e^{i\omega t}\right) = \boldsymbol{e}_z \, i\omega B(y) e^{i\omega t}$$

$$\left(\text{右辺}\right) = \frac{1}{\mu\sigma} \frac{\partial^2 \boldsymbol{B}}{\partial y^2} = \boldsymbol{e}_z \frac{1}{\mu\sigma} \frac{\partial^2}{\partial y^2}\left(B(y) e^{i\omega t}\right) = \boldsymbol{e}_z \, \frac{1}{\mu\sigma} e^{i\omega t} \frac{\mathrm{d}^2 B(y)}{\mathrm{d}y^2}$$

したがって，

$$i\omega B(y) e^{i\omega t} = \frac{1}{\mu\sigma} e^{i\omega t} \frac{\mathrm{d}^2 B(y)}{\mathrm{d}y^2}$$

$$\frac{\mathrm{d}^2 B(y)}{\mathrm{d}y^2} = i\omega\mu\sigma \, B(y)$$

$k^2 = i\omega\mu\sigma$　とおくと解は　$B(y) = C_1 e^{-ky} + C_2 e^{ky}$

発散しない解を取ると　$C_2 = 0$であり，

$$B(y) = B(0) e^{-ky}$$

$$k^2 = i\omega\mu\sigma = \omega\mu\sigma e^{i\pi/2}$$

$\sqrt{\exp(i\pi/2)} = (1+i)/\sqrt{2}$を用いると，

$$k = (1+i)\sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}}$$

表皮深さ　$\delta = \sqrt{2/(\omega\mu\sigma)}$　を用いると

$$k = \frac{1+i}{\delta}$$

したがって，　$B(y) = B(0) \exp\left(-\frac{1+i}{\delta} y\right)$

（４）　問い(3)より，厚さd を透過したときの振幅減衰率は，

$$\frac{|B(d)|}{|B(0)|} = e^{-d/\delta}$$

$d \gg \delta$ の場合：　(解答例1) $e^{-d/\delta} \ll 1$ となり，磁束密度は表面から表皮深さδ程度しか侵入せず，導体板の裏面($y=d$)にはほとんど届かない．

(解答例 2)強いシールド効果があり，渦電流は表面近傍に集中する．

$d \ll \delta$ の場合：　(解答例1) $e^{-d/\delta} \approx 1 - d/\delta \approx 1$ となり，磁束密度はほとんど減衰せず，板をほぼそのまま透過する．

(解答例2)渦電流は厚さ方向で偏らず，シールド効果は弱い．

解答例

整理番号
5

2026 年度 10 月・2027 年度 4 月入学　東京農工大学大学院工学府博士前期課程

解　答　用　紙

試験科目	専　攻	受験番号	評　点
専門科目	化学物理工学専攻	MC−	

14 枚のうち 6

選択した 3 つの大問以外の解答用紙には大きな×印を描き，採点対象としないことを明示しておくこと。

3

〔1〕

交換関係$[\hat{x},\hat{p}]=\hat{x}\hat{p}-\hat{p}\hat{x}=\mathrm{i}\hbar$から、$\hat{x}\hat{p}=\hat{p}\hat{x}+\mathrm{i}\hbar$、$\hat{p}\hat{x}=\hat{x}\hat{p}-\mathrm{i}\hbar$となる。これを用いると

$$[\hat{x},\hat{p}^2]=[\hat{x},\hat{p}\hat{p}]=\hat{x}(\hat{p}\hat{p})-(\hat{p}\hat{p})\hat{x}=(\hat{x}\hat{p})\hat{p}-\hat{p}(\hat{p}\hat{x})=(\hat{p}\hat{x}+\mathrm{i}\hbar)\hat{p}-\hat{p}(\hat{x}\hat{p}-\mathrm{i}\hbar)=2\mathrm{i}\hbar\hat{p}\neq 0$$

である。$\hat{x}$と$\hat{H}$の交換関係は、

$$[\hat{x},\hat{H}]=\left[\hat{x},\frac{\hat{p}^2}{2m}+\frac{1}{2}m\omega^2\hat{x}^2\right]=\frac{1}{2m}[\hat{x},\hat{p}^2]+\frac{1}{2}m\omega^2[\hat{x},\hat{x}^2]=\frac{1}{2m}[\hat{x},\hat{p}^2]=\frac{\mathrm{i}\hbar}{m}\hat{p}\neq 0$$

$$(\because [\hat{x},\hat{x}^2]=[\hat{x},\hat{x}\hat{x}]=\hat{x}\hat{x}\hat{x}-\hat{x}\hat{x}\hat{x}=0)$$

演算子$\hat{x}$と$\hat{H}$は交換関係が 0 ではないので、同時固有関数を持たない。

〔2〕

$\psi(x)=\exp(-\alpha x^2)$をシュレーディンガー方程式$\hat{H}\psi(x)=E\psi(x)$に代入する。左辺は

$$\hat{H}\psi(x)=\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{1}{2}m\omega^2x^2\right)\exp(-\alpha x^2)=\left(-\frac{2\hbar^2\alpha^2}{m}x^2+\frac{\alpha\hbar^2}{m}\right)\exp(-\alpha x^2)+\frac{1}{2}m\omega^2x^2\exp(-\alpha x^2)$$

$$=\frac{\alpha\hbar^2}{m}\exp(-\alpha x^2)+\left(-\frac{2\hbar^2\alpha^2}{m}+\frac{1}{2}m\omega^2\right)x^2\exp(-\alpha x^2)$$

右辺は

$$E\psi(x)=E\exp(-\alpha x^2)$$

左辺と右辺を比較すると、$\alpha=\frac{m\omega}{2\hbar}$であれば右辺の$x^2\exp(-\alpha x^2)$の係数が、

$$-\frac{2\hbar^2\alpha^2}{m}+\frac{1}{2}m\omega^2=0$$

となり、Eの値によって$\psi(x)$はシュレーディンガー方程式を満たすことが可能となる。

〔3〕

小問〔2〕において、シュレーディンガー方程式の両辺の $\exp(-\alpha x^2)$ の係数を比較すると、

$$\frac{\alpha\hbar^2}{m}=E$$

である場合にシュレーディンガー方程式が満たされる。Eおよび$\psi(x)$に$\alpha=\frac{m\omega}{2\hbar}$を代入すると、

$$E=E_1=\frac{1}{2}\hbar\omega、\quad \psi(x)=\psi_1(x)=\exp\left(-\frac{m\omega}{2\hbar}x^2\right)$$

となる。

解答例

整理番号
5

2026 年度 10 月・2027 年度 4 月入学　東京農工大学大学院工学府博士前期課程

解　答　用　紙

試験科目	専　攻	受験番号	評　点
専門科目	化学物理工学専攻	MC－	

14 枚のうち 7

選択した 3 つの大問以外の解答用紙には大きな×印を描き，採点対象としないことを明示しておくこと。

3

〔4〕

$\langle\hat{x}\rangle$を求める式の分子の

$$\int_{-\infty}^{\infty}\psi_1^*(x)\hat{x}\psi_1(x)\mathrm{d}x=\int_{-\infty}^{\infty}\psi_1^*(x)x\psi_1(x)\mathrm{d}x$$

においては、$\psi_1(x)$は実の偶関数であるため、被積分関数$\psi^*{}_1(x)x\psi_1(x)$は実の奇関数となる。したがって積分は 0。一方、分母の被積分関数は 0 以上の値を持つ偶関数なので、その積分は 0 ではない正数となる。したがって、粒子の位置測定の結果に対する期待値$\langle\hat{x}\rangle$は 0 である。

〔5〕

小問〔1〕から$\hat{H}$と$\hat{x}$は交換関係が 0 にならないため同時固有状態を持たない。$\psi_1(x)$は$\hat{H}$の固有状態であるため、$\hat{x}$の固有状態となることができない。したがって状態$\psi_1(x)$に対して粒子の位置を測定すれば、測定ごとに結果は確率的に変動し、$\triangle x$は 0 にならない。

〔6〕

$\psi(x)=x\exp(-\alpha x^2)$をシュレーディンガー方程式$\hat{H}\psi(x)=E\psi(x)$に代入する。左辺は

$$\begin{aligned}\hat{H}\psi(x)&=\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{1}{2}m\omega^2x^2\right)\{x\exp(-\alpha x^2)\}\\&=\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\right)(4\alpha^2x^2-6\alpha)x\exp(-\alpha x^2)+\frac{1}{2}m\omega^2x^2\exp(-\alpha x^2)\\&=\frac{3\alpha\hbar^2}{m}x\exp(-\alpha x^2)+\left(-\frac{2\hbar^2\alpha^2}{m}+\frac{1}{2}m\omega^2\right)x^2\cdot x\exp(-\alpha x^2)\end{aligned}$$

一方右辺は

$$E\psi(x)=Ex\exp(-\alpha x^2)$$

右辺と左辺の$x\exp(-\alpha x^2)$と$x^2\exp(-\alpha x^2)$の係数を比較すると、小問〔2〕と同様に$\alpha=\frac{m\omega}{2\hbar}$であれば、

$$-\frac{2\hbar^2\alpha^2}{m}+\frac{1}{2}m\omega^2=0$$

となり$\psi(x)$はシュレーディンガー方程式を満たす。Eおよび$\psi(x)$に$\alpha=\frac{m\omega}{2\hbar}$を代入すると、

$$\psi(x)=\psi_2(x)=x\exp\left(-\frac{m\omega}{2\hbar}x^2\right)、\ E=E_2=\frac{3\alpha\hbar^2}{m}=\frac{3}{2}\hbar\omega$$

解答例

整理番号
5

2026 年度 10 月・2027 年度 4 月入学　東京農工大学大学院工学府博士前期課程

解　答　用　紙

試験科目	専　攻	受験番号	評　点
専門科目	化学物理工学専攻	MC−	

14 枚のうち 8

選択した３つの大問以外の解答用紙には大きな×印を描き，採点対象としないことを明示しておくこと。

3

〔7〕

$\psi_1(x)=\exp(-\alpha x^2)$，　$\psi_2(x)=x\exp(-\alpha x^2)$，　$\alpha=\frac{m\omega}{2\hbar}$，　$E_1=\frac{1}{2}\hbar\omega$，　$E_2=\frac{3}{2}\hbar\omega$ から

$\Psi_1(t,x)=e^{-\frac{i\omega t}{2}}\exp(-\alpha x^2)$，　$\Psi_2(t,x)=e^{-\frac{3i\omega t}{2}}x\exp(-\alpha x^2)$、これに対して、

$\Psi(t,x)=\Psi_1(t,x)+\lambda\Psi_2(t,x)=e^{-\frac{i\omega t}{2}}\exp(-\alpha x^2)\,(1+\lambda x e^{-i\omega t})$である。

$\langle\hat{x}\rangle(t)$の分子は

$$\begin{aligned}\langle\Psi(t,x)|\hat{x}|\Psi(t,x)\rangle&=\int_{-\infty}^{\infty}\Psi^*(t,x)\,x\Psi(t,x)\mathrm{d}x\\&=\int_{-\infty}^{\infty}e^{\frac{i\omega t}{2}}\exp(-\alpha x^2)\,(1+\lambda x e^{i\omega t})xe^{-\frac{i\omega t}{2}}\exp(-\alpha x^2)\,(1+\lambda x e^{-i\omega t})\,\mathrm{d}x\\&=\int_{-\infty}^{\infty}x\exp(-2\alpha x^2)\{1+\lambda x\exp(i\omega t)\}\{1+\lambda x\exp(-i\omega t)\}\,\mathrm{d}x\\&=\int_{-\infty}^{\infty}x\exp(-2\alpha x^2)(1+2\lambda x\cos\omega t+\lambda^2x^2)\,\mathrm{d}x\ \cdots(\text{奇関数の積分は }0)\\&=\int_{-\infty}^{\infty}2\lambda x^2\exp(-2\alpha x^2)\cos\omega t\,\mathrm{d}x=\sqrt{\frac{\pi}{8\alpha^3}}\lambda\cos\omega t=\sqrt{\frac{\pi}{2\alpha}}\frac{1}{2\alpha}\lambda\cos\omega t\end{aligned}$$

である。分母は

$$\begin{aligned}\langle\Psi(t,x)|\Psi(t,x)\rangle&=\int_{-\infty}^{\infty}\Psi^*(t,x)\,\Psi(t,x)\mathrm{d}x\\&=\int_{-\infty}^{\infty}e^{\frac{i\omega t}{2}}\exp(-\alpha x^2)\,(1+\lambda x e^{i\omega t})e^{-\frac{i\omega t}{2}}\exp(-\alpha x^2)\,(1+\lambda x e^{-i\omega t})\mathrm{d}x\\&=\int_{-\infty}^{\infty}\exp(-2\alpha x^2)(1+2\lambda x\cos\omega t+\lambda^2x^2)\,\mathrm{d}x\cdots(\text{奇関数の積分は }0)\\&=\int_{-\infty}^{\infty}\exp(-2\alpha x^2)\,\mathrm{d}x+\lambda^2\int_{-\infty}^{\infty}x^2\exp(-2\alpha x^2)\,\mathrm{d}x=\sqrt{\frac{\pi}{2\alpha}}\left(1+\frac{\lambda^2}{4\alpha}\right)\end{aligned}$$

である。したがって

$$\langle\hat{x}\rangle(t)=\sqrt{\frac{\pi}{2\alpha}}\frac{1}{2\alpha}\lambda\cos\omega t\Big/\left\{\sqrt{\frac{\pi}{2\alpha}}\left(1+\frac{\lambda^2}{4\alpha}\right)\right\}=\frac{\lambda}{2\alpha+\lambda^2/2}\cos\omega t=\frac{\lambda}{m\omega/\hbar+\lambda^2/2}\cos\omega t$$

となり、$\langle\hat{x}\rangle(t)$は角周波数ωで調和振動する。

解答例

整理番号
5

2026 年度 10 月・2027 年度 4 月入学　東京農工大学大学院工学府博士前期課程

解　答　用　紙

試験科目	専　攻	受験番号	評　点
専門科目	化学物理工学専攻	MC−	

14 枚のうち 9

選択した 3 つの大問以外の解答用紙には大きな×印を描き，採点対象としないことを明示しておくこと。

4

〔1〕 フェルミ・ディラック統計（分布関数）

〔2〕 4

〔3〕
$$W = \prod_i \frac{g_i!}{n_i!\,(g_i - n_i)!}$$

〔4〕
拘束条件 $\sum_i n_i = N$ および $\sum_i n_i \varepsilon_i = E$ のもとでラグランジュの未定乗数を用いて $f = \ln W - \alpha \sum_i n_i - \beta \sum_i n_i \varepsilon_i$ を最大化 $\left(\frac{\partial f}{\partial n_i} = 0\right)$ する。これを整理すると

$$\ln \frac{g_i - n_i}{n_i} = \alpha + \beta \varepsilon_i$$

これより $\dfrac{n_i}{g_i} = \dfrac{1}{\exp(\alpha + \beta \varepsilon_i) + 1}$

〔5〕
$$S = k_B \sum_i \left(g_i \ln \frac{g_i}{g_i - n_i} + n_i \ln \frac{g_i - n_i}{n_i} \right)$$

〔6〕

$\dfrac{1}{T} = k_B \beta$	$\mu = -k_B T \alpha$
$\alpha = -\dfrac{\mu}{k_B T} = -\beta \mu$	$\beta = \dfrac{1}{k_B T}$

解答例

整理番号
5

2026 年度 10 月・2027 年度 4 月入学　東京農工大学大学院工学府博士前期課程

解　答　用　紙

試験科目	専　攻	受験番号	評　点
専門科目	化学物理工学専攻	MC−	

14 枚のうち 10

選択した 3 つの大問以外の解答用紙には大きな×印を描き，採点対象としないことを明示しておくこと。

4

〔7〕

$\mu = -\alpha/\beta$ であるから $\exp(\alpha + \beta\varepsilon_i) = \exp\big(\beta(\varepsilon_i - \mu)\big)$。従って $T \to 0\ (\beta \to \infty)$ の極限での分布関数は

$\varepsilon_i < \varepsilon_F$ のとき：$\exp\big(\beta(\varepsilon_i - \varepsilon_F)\big) \to 0$ より $n_i/g_i \to 1$

$\varepsilon_i > \varepsilon_F$ のとき：$\exp\big(\beta(\varepsilon_i - \varepsilon_F)\big) \to \infty$ より $n_i/g_i \to 0$

すなわち，粒子は低いエネルギー状態から順に，エネルギーε_F（フェルミエネルギー）まで隙間なく占有する。

〔8〕

温度：高温

高温になるほど，熱エネルギー（$k_B T = 1/\beta$）が増大して粒子がより高エネルギーの量子状態へと広く分散して励起されるため，特定の量子状態に粒子が存在する確率は十分に小さくなる。

粒子密度：低密度（希薄）

低密度になるほど粒子間の平均距離は長くなる。粒子間の平均距離が粒子の広がり（熱的ド・ブロイ波長）に対して十分に長くなれば，粒子同士の相互作用は無視できるようになる。

解答例

整理番号
5

2026 年度 10 月・2027 年度 4 月入学　東京農工大学大学院工学府博士前期課程

解　答　用　紙

試験科目	専　攻	受験番号	評　点
専門科目	化学物理工学専攻	MC－	

14 枚のうち 11

選択した３つの大問以外の解答用紙には大きな×印を描き，採点対象としないことを明示しておくこと。

5

〔1〕

答えを導く過程

熱収支から $q_x|_{x=x} - q_x|_{x=x+\Delta x} + P\cdot\Delta x = 0$

$\frac{d(q_x)}{dx} = P$　・・・①　Fourier の式（$q_x = -\kappa\frac{dT}{dx}$）を導入すると，　$\frac{d}{dx}\left(-\kappa\frac{dT}{dx}\right) = P$

微分方程式は　$\frac{d}{dx}\left(\frac{dT}{dx}\right) = -\frac{P}{\kappa}$

答え　$\frac{d}{dx}\left(\frac{dT}{dx}\right) = -\frac{P}{\kappa}$

〔2〕

答えを導く過程

①式を積分すると $q_x = P\cdot x + C_1$

$x = 0$ で　$q_x|_{x=0} = -\kappa\frac{dT}{dx} = 0$　（断熱の境界条件）　よって　$C_1 = 0$

以上より，$q_x = P\cdot x$

答え　$q_x = P\cdot x$

〔3〕

答えを導く過程

$x = X_0$ での温度を T_i とすると $q_x = P\cdot X_0 = h\cdot(T_i - T_A)$　よって，$T_i = T_A + \frac{P\cdot X_0}{h}$

〔1〕〔2〕の解より，$\frac{dT}{dx} = -\frac{P}{\kappa}\cdot x$　積分して整理すると，$T = -\frac{P}{2\kappa}x^2 + C_2$

$x = X_0$ での温度は T_i　なので　$C_2 = T_i + \frac{P}{2\kappa}X_0^2$

以上より，$T = T_A + \frac{P\cdot X_0}{h} + \frac{P}{2\kappa}(X_0^2 - x^2)$

答え　$T = T_A + \frac{P\cdot X_0}{h} + \frac{P}{2\kappa}(X_0^2 - x^2)$

〔4〕

答えを導く過程

〔3〕の温度分布より，発熱体内部の最高温度 T_{max} は　$T_{max} = T_A + \frac{P\cdot X_0}{h} + \frac{P}{2\kappa}X_0^2$

発熱体内部のいずれの位置でも融点に達しないためには、$T_{max} < T_m$

よって，$T_A < T_m - \frac{P\cdot X_0}{h} - \frac{P}{2\kappa}X_0^2$

答え　$T_A < \left(T_m - \frac{P\cdot X_0}{h} - \frac{P}{2\kappa}X_0^2\right)$

解答例

整理番号
5

2026 年度 10 月・2027 年度 4 月入学　東京農工大学大学院工学府博士前期課程

解　答　用　紙

試験科目	専　攻	受験番号	評　点
専門科目	化学物理工学専攻	MC－	

14 枚のうち 12

6

(1) $\frac{d[ES]}{dt} = k_1[E][S] - k_2[ES] - k_3[ES]$

(2) [ES]について定常状態近似を適用する。

$$\frac{d[ES]}{dt} = k_1[E][S] - k_2[ES] - k_3[ES] = 0$$

この式から、$[ES] = \frac{k_1}{k_2+k_3}[S][E]$ となる。$[E_0]=[E]+[ES]$に代入して[E]について解くと

$[E] = \frac{[E_0]}{1+\frac{k_1}{k_2+k_3}[S]}$　　よって、$[ES] = \frac{k_1[E_0]}{(k_2+k_3)+k_1[S]}[S] = \frac{[E_0][S]}{\frac{(k_2+k_3)}{k_1}+[S]}$

以上から，$r_P = \frac{d[P]}{dt} = k_3[ES] = \frac{k_3[E_0][S]}{\frac{(k_2+k_3)}{k_1}+[S]}$

(3)　$k_3[E_0]=V_{max}$, $\frac{(k_2+k_3)}{k_1} = K_m$　と置くと　$r_P = \frac{V_{max}[S]}{K_m+[S]}$　となるので逆数をとると

$\frac{1}{r_P} = \frac{1}{V_{max}} + \frac{K_m}{V_{max}}\frac{1}{[S]}$　となる。問題の２つのデータからそれぞれ $\frac{1}{r_P}$ と $\frac{1}{[S]}$ を求めてこの式に代入すると

$4.0\times10^{2} = \frac{1}{V_{max}} + 2.0\times10^{-1}\frac{K_m}{V_{max}}$,　$2.5\times10^{2} = \frac{1}{V_{max}} + 1.0\times10^{-1}\frac{K_m}{V_{max}}$　となる

この２つの式を連立すると　$\frac{1}{V_{max}} = 1.0\times10^{2}$,　$\frac{K_m}{V_{max}} = 1.5\times10^{3}$　が得られる

よって，$V_{max} = 1.0\times10^{-2}$ mol･s^{-1}･m^{-3}, $K_m = 1.5\times10$ mol･m^{-3} となる。

$V_{max} = k_3[E_0]$　$[E_0] = 2.0\times10^{-6}$ mol･m^{-3} より，　$k_3 = 5.0\times10^{3}$ s^{-1}

$K_m = \frac{(k_2+k_3)}{k_1}$ に，$k_1=6.0\times10^{2}$ m^3･mol^{-1}･s^{-1}, $k_3 = 5.0\times10^{3}$ s^{-1} を代入すると，$k_2 = 4.0\times10^{3}$ s^{-1}

(4) $r_P = \frac{d[P]}{dt} = \frac{V_{max}[S]}{K_m+[S]} = -\frac{d[S]}{dt}$　　反応開始時の S の濃度を$[S_0]$とし，S の反応率を x とすると，

$[S] = [S_0](1-x)$　この式を代入すると，

$[S_0]\frac{dx}{dt} = \frac{V_{max}[S_0](1-x)}{K_m+[S_0](1-x)}$　　この式を変数分離して t=0, x=0 から t=t, x=x まで積分すると，

$\int_0^t dt = \int_0^x \{\frac{[S_0]}{V_{max}} + \frac{K_m}{V_{max}(1-x)}\}dx$ であるので，$t = \frac{1}{V_{max}}\{[S_0]x - K_m\ln(1-x)\}$ となる。

$[S_0]=1.2\times10$ mol･m^{-3}, $V_{max} = 1.0\times10^{-2}$ mol･s^{-1}･m^{-3}, $K_m=1.5\times10$ mol･m^{-3}, $x = 0.95$ であるので，

$t = \frac{1}{1.0\times10^{-2}}\{1.2\times10\times0.95 - 1.5\times10\ln(0.05)\} = 5633.6$ s $= 5.6\times10^{3}$ s

解答例

整理番号
5

2026 年度 10 月・2027 年度 4 月入学　東京農工大学大学院工学府博士前期課程

解　答　用　紙

試験科目	専　攻	受験番号	評　点
専門科目	化学物理工学専攻	MC−	

14 枚のうち 13

選択した３つの大問以外の解答用紙には大きな×印を描き，採点対象としないことを明示しておくこと。

7　大問7の解答用紙２枚のうち１

〔1〕アントワン式に温度を代入し，

$P_1^* = 165$ kPa
$P_2^* = 67.4$ kPa

ラウールの法則より，塔底および塔頂のベンゼン組成は，
全圧 $P = P_1^* x_1 + P_2^* (1-x_1)$
塔底ベンゼン組成：$x_1 = \dfrac{P-P_2^*}{P_1^*-P_2^*} = 0.344$
塔頂ベンゼン組成：$y_1 = \dfrac{P_1^* x_1}{P} = 0.562$

ベンゼンの物質収支より，塔底および塔頂の流量は，
$100 \times 0.4 = 0.562V + 0.344L$
$40 = 0.562(100-L) + 0.344L$
塔底流量：$L = 74.3$ kmol h^{-1}
塔頂流量：$V = 100-74.3 = 25.7$ kmol h^{-1}
以上より，x_1=0.34, y_1=0.56, $L = 74$ kmol h^{-1}, $V = 26$ kmol h^{-1}

〔2〕

(1)
① $1/mk_y$

② $1/k_x$

(2) ガス吸収速度 $N_A = K_x(x^*-x_A) = k_x(x_i-x_A)$。ここで、ヘンリーの法則より $x^*=y_A/m$ である。
また、$K_x = \left(\dfrac{1}{mk_y}+\dfrac{1}{k_x}\right)^{-1} = \dfrac{mk_xk_y}{k_x+mk_y}$
これらを代入し、x_i について整理すると

$$x_i = \frac{k_x x_A + k_y y_A}{k_x + mk_y}$$

解答例

整理番号
5

2026 年度 10 月・2027 年度 4 月入学　東京農工大学大学院工学府博士前期課程

解　答　用　紙

試験科目	専　攻	受験番号	評　点
専門科目	化学物理工学専攻	MC−	

14 枚のうち 14

選択した３つの大問以外の解答用紙には大きな×印を描き，採点対象としないことを明示しておくこと。

7　大問7の解答用紙２枚のうち１

〔3〕吸着平衡時，物質収支より

$Wq_1 = V_1 (C_0 - C_1)$

$V_1C_0 = Wq_1 + V_1C_1$

ヘンリー式 $q_1 = HC_1$ より

$V_1C_0 = (WH + V_1)C_1$・・・①

回収した吸着剤を水に入れると，吸着剤に含まれていた A の一部が液中に放出され，最終的に新たな吸着平衡に到達する。物質収支より

$Wq_1 = Wq_2 + V_2C_2$

ヘンリー式 $q_1 = HC_1$ および $q_2 = HC_2$ を代入し、

$C_2 = \frac{WHC_1}{V_2 + WH}$・・・②

①および②式より

$$\frac{C_2V_2}{C_0V_1} = \frac{\frac{WHC_1V_2}{V_2 + WH}}{(WH + V_1)C_1} = \frac{WHV_2}{(WH + V_1)(WH + V_2)}$$

2026 年度 10 月入学
2027 年度 4 月入学
東京農工大学大学院工学府
博士前期課程（修士）入学試験
口述試験 評価の観点

【口述試験（生体医用システム工学専攻・応用化学専攻・化学物理工学専攻・機械システム工学専攻・知能情報システム工学専攻)】

口述試験においては、工学府および各専攻の掲げるアドミッションポリシーに基づき、志望専攻の専門性に基づいた問題発見・解決能力、専門分野での活動を通じて社会的・国際的に貢献することへの挑戦的意識・意欲、高いコミュニケーション能力（日本語、外国語を問わず）等を、質疑応答を通して総合的に評価しました。