整理番号
1

2026年度10月・2027年度4月入学　東京農工大学大学院工学府博士前期課程

問　題　用　紙　　数学

生体医用システム工学専攻
化学物理工学専攻
機械システム工学専攻
知能情報システム工学専攻

2枚のうち1

受験番号	MC－

注意事項（試験開始前に必ず読むこと）

- この問題用紙は大問4題から構成されている。
- 各問題に対する解答は、対応する解答用紙に記入すること。
- 問題用紙、解答用紙は、いずれも「解答はじめ」の指示があるまで、開いてはならない。
- 問題用紙、解答用紙、下書用紙は、すべて試験終了後に回収する。持ち帰ってはならない。

整理番号
1

2026年度10月・2027年度4月入学　東京農工大学大学院工学府博士前期課程

問　題　用　紙　　数学

生体医用システム工学専攻
化学物理工学専攻
機械システム工学専攻
知能情報システム工学専攻

2枚のうち2

注　意　事　項

1. 大問 1 ～ 4 のすべてに解答しなさい。
2. 解答用紙の印刷のある面のみで解答できない場合は，裏面を使用してもかまいません。裏面を使用して解答する場合は，印刷のある面の最下部に「うらにつづく」と記載しなさい。
3. 論証過程や計算過程が分かるように解答しなさい。

1　2変数関数 $f(x, y) = 3x^2y + y^3 - 6xy$ について次の問いに答えなさい。

〔1〕 $f(x, y)$ の極値を求めなさい。

〔2〕 正方形領域 $0 \leqq x \leqq 2,\ 0 \leqq y \leqq 2$ における $f(x, y)$ の最大値と最小値を求めなさい。

2　領域 $D = \{(x, y) \mid 0 \leqq x \leqq 2,\ \sqrt{x} \leqq y \leqq \sqrt{2}\}$ における次の2重積分の値を求めなさい。

$$\iint_D xy\sqrt{x^2 + y^4}\, dx\, dy$$

3　次の行列 A について以下の問いに答えなさい。

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ -1 & -3 & -2 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

〔1〕 行列 A の固有値をすべて求めなさい。

〔2〕 行列 A の固有値のうち最大のものを α とおく。A の固有値 α に属する固有ベクトルで $\begin{pmatrix} 1 \\ p \\ q \end{pmatrix}$ の形のものを求めなさい。

4　次の微分方程式の解 $y = y(x)$ で，条件 $y(0) = \dfrac{dy}{dx}(0) = 0$ を満たすものを求めなさい。ただし，e は自然対数の底である。

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 2\frac{dy}{dx} + y = 2e^x$$

解答例

整理番号
1

2026 年度 10 月・2027 年度 4 月入学　東京農工大学大学院工学府博士前期課程

総合点

解　答　用　紙

試験科目	受験番号	評　点
数　学	MC−	

4 枚のうち 1

1　〔1〕　点 (x,y) で $f(x,y)$ が極値をとるとき，

$$\begin{cases} f_x = 6(x-1)y = 0 \\ f_y = 3(x^2+y^2-2x) = 0 \end{cases}$$

より，極値をとる点の候補は，$(x,y)=(1,\pm1)$，$(0,0)$，$(2,0)$ の 4 点である。また，$f_{xx}=f_{yy}=6y$，$f_{xy}=6(x-1)$ より，判別式は $\Delta = f_{xx}f_{yy}-(f_{xy})^2 = 36\{y^2-(x-1)^2\}$ であるから，4 点における極値の有無が以下のように判定される。

$(x,y)=(1,1)$ においては，$f_{xx}=6>0$，$\Delta=36>0$ より，f は極小値 -2 をとる。

$(x,y)=(1,-1)$ においては，$f_{xx}=-6<0$，$\Delta=36>0$ より，f は極大値 2 をとる。

$(x,y)=(0,0)$，$(2,0)$ においては，$\Delta=-36<0$ より，f は極値をとらない。

したがって，

$f(x,y)$ は，$(x,y)=(1,-1)$ で極大値 2，$(x,y)=(1,1)$ で極小値 -2 をとる。

〔2〕 正方形領域において $f(x,y)$ が最大または最小となる点は，極値をとる点 $(x,y)=(1,1)$ か，または，領域の境界上の点である。正方形領域の境界をなす 4 辺における $f(x,y)$ の振る舞いは以下のようになる。

辺 $(x,0)$，$0\leqq x\leqq 2$ において，$f(x,0)=0$ である。

辺 $(x,2)$，$0\leqq x\leqq 2$ において，$f(x,2)=6x^2-12x+8=6(x-1)^2+2$ である。

辺 $(0,y)$，$0\leqq y\leqq 2$ において，$f(0,y)=y^3$ である。

辺 $(2,y)$，$0\leqq y\leqq 2$ において，$f(2,y)=y^3$ である。

境界において，$(x,y)=(0,2),(2,2)$ で最大値 8，辺 $(x,0)$, $0\leqq x\leqq 2$ で最小値 0 をとる。極値は $f(1,1)=-2<0$ であるから，

$f(x,y)$ は，$(x,y)=(0,2)$，$(2,2)$ で最大値 8，$(x,y)=(1,1)$ で最小値 -2 をとる。

解答例

整理番号
1

2026 年度 10 月・2027 年度 4 月入学　東京農工大学大学院工学府博士前期課程

解　答　用　紙

試験科目	受験番号	評　点
数　学	MC−	

4 枚のうち 2

2 領域 D が

$$D = \{(x, y) \mid 0 \leqq y \leqq \sqrt{2},\ 0 \leqq x \leqq y^2\}$$

と表されることに注意すれば，この 2 重積分は次のように計算される。

$$\begin{aligned}
\iint_D xy\sqrt{x^2+y^4}\,dx\,dy &= \int_0^{\sqrt{2}} dy \int_0^{y^2} xy\sqrt{x^2+y^4}\,dx \\
&= \int_0^{\sqrt{2}} \left[\frac{y}{3}(x^2+y^4)^{\frac{3}{2}}\right]_{x=0}^{x=y^2} dy \\
&= \int_0^{\sqrt{2}} \left\{\frac{y}{3}(2y^4)^{\frac{3}{2}} - \frac{y}{3}(y^4)^{\frac{3}{2}}\right\} dy \\
&= \int_0^{\sqrt{2}} \frac{2\sqrt{2}-1}{3}\,y^7\,dy \\
&= \left[\frac{2\sqrt{2}-1}{24}\,y^8\right]_0^{\sqrt{2}} \\
&= \underline{\frac{4\sqrt{2}-2}{3}}
\end{aligned}$$

解答例

整理番号
1

2026 年度 10 月・2027 年度 4 月入学　東京農工大学大学院工学府博士前期課程

解　答　用　紙

試験科目	受験番号	評　点
数　学	MC−	

4 枚のうち 3

3 〔1〕 A の固有多項式は

$$|tE-A| = \begin{vmatrix} t & -2 & -2 \\ 1 & t+3 & 2 \\ -2 & -4 & t-3 \end{vmatrix} = t^3 - 3t - 2 = (t+1)^2(t-2)$$

であるから，

A の固有値は，-1，2 である。

〔2〕 〔1〕より，A の最大の固有値は $\alpha = 2$ である。$\alpha E - A = 2E - A$ を簡約化すると，

$$2E - A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & -2 \\ 1 & 5 & 2 \\ -2 & -4 & -1 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1/2 \\ 0 & 1 & 1/2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

となるから，$\begin{pmatrix} 1 \\ p \\ q \end{pmatrix}$ が A の固有値 2 に属する固有ベクトルとすると，$1 - \frac{q}{2} = p + \frac{q}{2} = 0$ となり，これを解いて $p = -1$，$q = 2$ を得る。したがって，求める固有ベクトルは

$$\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

解答例

整理番号
1

2026 年度 10 月・2027 年度 4 月入学　東京農工大学大学院工学府博士前期課程

解　答　用　紙

試験科目	受験番号	評　点
数　学	MC−	

4 枚のうち 4

4 この微分方程式の特性多項式は $t^2+2t+1=(t+1)^2$ で，-1 を重根にもつから，斉次微分方程式 $u''+2u'+u=0$ の一般解は

$$u=(c_1+c_2x)e^{-x} \quad (c_1,\ c_2\text{は任意定数})$$

である。一方，微分方程式 $y''+2y'+y=2e^x$ が特殊解 $y=ae^x$ をもつとすると，$y''+2y'+y=4ae^x=2e^x$ より，$a=\dfrac{1}{2}$ となり，$y=\dfrac{1}{2}e^x$ が特殊解を与えることがわかるから，一般解は

$$y=\frac{1}{2}e^x+(c_1+c_2x)e^{-x} \quad (c_1,\ c_2\text{は任意定数})$$

と表される。これが条件 $y(0)=\dfrac{1}{2}+c_1=0$，$y'(0)=\dfrac{1}{2}-c_1+c_2=0$ を満たすとき，$c_1=-\dfrac{1}{2}$，$c_2=-1$ となるから，求める解は

$$\underline{y=\frac{1}{2}e^x-\frac{1}{2}e^{-x}-xe^{-x}}$$