２０２６年度

東京農工大学工学部第３年次編入学試験問題

試験科目	数学	受験番号	

1枚のうち1

注　意　事　項

1. 問題は $\boxed{1}$ ～ $\boxed{4}$ の4題です。全問解答しなさい。
2. 問題 $\boxed{1}$ ～ $\boxed{4}$ の各解答は同じ問題番号が印刷された解答用紙に記述しなさい。解答用紙の印刷のある面のみで解答できない場合は，裏面を使用してもかまいません。裏面を使用して解答する場合は，印刷のある面の最下部に「うらにつづく」と記載しなさい。
3. 論証過程や計算過程が分かるように解答しなさい。

$\boxed{1}$ 2変数関数 $f(x, y) = x^2y + y^3 + 4xy + 3y^2 - 5y$ について次の問いに答えなさい。

〔1〕 $\dfrac{\partial f}{\partial x}(x, y) = \dfrac{\partial f}{\partial y}(x, y) = 0$ を満たす点 (x, y) をすべて求めなさい。

〔2〕 $z = f(x, y)$ の極値を求めなさい。

$\boxed{2}$ 領域 $D = \{(x, y) \mid x^2 + 2y^2 \leqq 3\}$ における次の重積分の値を求めなさい。

$$\iint_D (x^2 + y^2)\,dxdy$$

$\boxed{3}$ t を実数とする。行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 2t-1 \end{pmatrix}$ の階数が2であるとき，次の問いに答えなさい。

〔1〕 t の値を求めなさい。

〔2〕行列 A の固有値のうち，最大のものを p とする。行列 A の固有値 p に属する固有ベクトルで $\begin{pmatrix} a \\ 1 \\ b \end{pmatrix}$ の形のものを求めなさい。

$\boxed{4}$ 次の微分方程式の解 $y = y(x)$ で，条件 $y(0) = \dfrac{dy}{dx}(0) = 0$ を満たすものを求めなさい。

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 4\frac{dy}{dx} + 4y = \sin 2x$$

２０２６年度
東京農工大学工学部第３年次編入学試験解答用紙

試験科目	数学	志望学科		評点		総合評点	
受験番号	解答例	第１志望コース					

$\boxed{1}$

〔１〕 $\dfrac{\partial f}{\partial x}(x,\ y) = 2xy + 4y,\ \dfrac{\partial f}{\partial y}(x,\ y) = x^2 + 3y^2 + 4x + 6y - 5$ が成り立つ。$\dfrac{\partial f}{\partial x}(x,\ y) = 0$ を解くと，$x = -2$ または $y = 0$。$x = -2$ のとき，$\dfrac{\partial f}{\partial y}(x,\ y) = 3(y-1)(y+3)$ となる。このとき，$\dfrac{\partial f}{\partial y}(x,\ y) = 0$ を解くと，$y = 1,\ -3$ を得る。また，$y = 0$ のとき，$\dfrac{\partial f}{\partial y}(x,\ y) = (x-1)(x+5)$ となる。このとき，$\dfrac{\partial f}{\partial y}(x,\ y) = 0$ を解くと，$x = 1,\ -5$ を得る。

答 $(x,\ y) = (-2,\ 1),\ (-2, -3),\ (1,\ 0),\ (-5,\ 0)$

〔２〕 判別式を，$D(x,\ y) = \dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x,\ y)\dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x,\ y) - \left\{\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,\ y)\right\}^2$ とおくと，

$$D(x,\ y) = 12y(y+1) - 4(x+2)^2$$

が成り立つ。

$(x,\ y) = (-2,\ 1)$ のとき，$D(x,\ y) = 24 > 0,\ \dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x,\ y) = 2 > 0$ となる。したがって，$z = f(x,\ y)$ は $(x,\ y) = (-2,\ 1)$ で極小値 $f(-2,\ 1) = -5$ をとる。

$(x,\ y) = (-2, -3)$ のとき，$D(x,\ y) = 72 > 0,\ \dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x,\ y) = -6 < 0$ となる。したがって，$z = f(x,\ y)$ は $(x,\ y) = (-2, -3)$ で極大値 $f(-2, -3) = 27$ をとる。

$(x,\ y) = (1,\ 0),\ (-5,\ 0)$ のとき，いずれも $D(x,\ y) = -36 < 0$ となり，極値をとらない。

答 $(x,\ y) = (-2,\ 1)$ で極小値 -5，$(x,\ y) = (-2, -3)$ で極大値 27 をとる。

２０２６年度

東京農工大学工学部第３年次編入学試験解答用紙

試験科目	数学	志望学科		評点	
受験番号	解答例	第１志望コース			

$\boxed{2}$ 条件 $x^2+2y^2 \leqq 3$ は条件 $\left(\dfrac{x}{\sqrt{2}}\right)^2+y^2 \leqq \dfrac{3}{2}$ と同値である。$x=\sqrt{2}r\cos\theta$, $y=r\sin\theta$ とおくと，領域 D は領域 $E=\left\{(r,\theta)\,\middle|\, 0\leqq r\leqq \dfrac{\sqrt{6}}{2},\ 0\leqq\theta\leqq 2\pi\right\}$ に対応する。また，

$$\frac{\partial(x,\,y)}{\partial(r,\theta)}=\begin{vmatrix}\sqrt{2}\cos\theta & \sin\theta\\ -\sqrt{2}r\sin\theta & r\cos\theta\end{vmatrix}=\sqrt{2}r$$

である。よって，

$$\begin{aligned}\iint_D (x^2+y^2)\,dxdy &= \iint_E (2r^2\cos^2\theta+r^2\sin^2\theta)\sqrt{2}r\,drd\theta\\ &=\iint_E (r^2\cos^2\theta+r^2)\sqrt{2}r\,drd\theta\\ &=\int_0^{\frac{\sqrt{6}}{2}}\sqrt{2}r^3dr\int_0^{2\pi}(\cos^2\theta+1)d\theta\\ &=\left[\frac{\sqrt{2}}{4}r^4\right]_0^{\frac{\sqrt{6}}{2}}\left(\int_0^{2\pi}\frac{1+\cos 2\theta}{2}d\theta+[\theta]_0^{2\pi}\right)\\ &=\frac{9\sqrt{2}}{16}\left(\frac{1}{2}\left[\theta+\frac{\sin 2\theta}{2}\right]_0^{2\pi}+2\pi\right)=\frac{27\sqrt{2}}{16}\pi\end{aligned}$$

答 $\dfrac{27\sqrt{2}}{16}\pi$

２０２６年度
東京農工大学工学部第３年次編入学試験解答用紙

試験科目	数学	志望学科		評点	
受験番号	解答例	第１志望コース			

3 〔１〕 行列 A を行基本変形すると，

$$A=\begin{pmatrix}1&0&0\\-1&1&2\\1&3&2t-1\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&2\\0&3&2t-1\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&2\\0&0&2t-7\end{pmatrix}$$

となる。よって A の階数が 2 であることと，$2t-7=0$ が成り立つことは同値である。よって $t=\dfrac{7}{2}$ を得る。

答 $t=\dfrac{7}{2}$

〔２〕 〔１〕より，$A=\begin{pmatrix}1&0&0\\-1&1&2\\1&3&6\end{pmatrix}$ が成り立つ。

$$|wE-A|=\begin{vmatrix}w-1&0&0\\1&w-1&-2\\-1&-3&w-6\end{vmatrix}=w(w-1)(w-7)$$

であるから，A の固有値は 0，1，7 であり，よって $p=7$ を得る。$7E-A$ は

$$7E-A=\begin{pmatrix}6&0&0\\1&6&-2\\-1&-3&1\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}1&0&0\\0&-3&1\\0&0&0\end{pmatrix}$$

と行基本変形される。よって，$(7E-A)\begin{pmatrix}a\\1\\b\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}$ が成り立つのは，$a=0$，$-3+b=0$ が成り立つ場合である。したがって，$a=0$，$b=3$ を得る。

答 $\begin{pmatrix}0\\1\\3\end{pmatrix}$

２０２６年度

東京農工大学工学部第３年次編入学試験解答用紙

試験科目	数学	志望学科		評点	
受験番号	解答例	第１志望コース			

$\boxed{4}$ 微分方程式 $\dfrac{d^2y}{dx^2}+4\dfrac{dy}{dx}+4y=0$ の特性多項式は

$$\lambda^2+4\lambda+4=(\lambda+2)^2$$

であるから，特性多項式の根は $\lambda=-2$（重根）である。よって，微分方程式 $\dfrac{d^2y}{dx^2}+4\dfrac{dy}{dx}+4y=0$ の一般解は，$y=(a+bx)e^{-2x}$（a，b は任意定数）と表せる。

次に，微分方程式

$$\frac{d^2y}{dx^2}+4\frac{dy}{dx}+4y=\sin 2x \tag{1}$$

の特殊解を求める。$y=A\sin 2x+B\cos 2x$ とおき，これを式 (1) に代入すると，

$$8A\cos 2x-8B\sin 2x=\sin 2x$$

となり，これより $A=0$，$B=-\dfrac{1}{8}$ を得る。したがって，$y=-\dfrac{1}{8}\cos 2x$ は微分方程式 (1) の特殊解である。

以上より，求める微分方程式の一般解は

$$y=(a+bx)e^{-2x}-\frac{1}{8}\cos 2x$$

と表せる。また，条件 $y(0)=\dfrac{dy}{dx}(0)=0$ より，$a=\dfrac{1}{8}$，$b=\dfrac{1}{4}$ を得る。

答　$y=\dfrac{1}{8}\left(e^{-2x}+2xe^{-2x}-\cos 2x\right)$

２０２６年度
東京農工大学工学部第３年次編入学試験問題

試験科目	物理	受験番号	

1 以下の問いについて答えのみを解答用紙に記せ。特に指定がなければ、解答には問題文において使用される文字のみを使って表すこと。また、時間微分については、例えば座標 x に対して速度は $\dot{x}$ 、加速度は $\ddot{x}$ のように表記して良い。

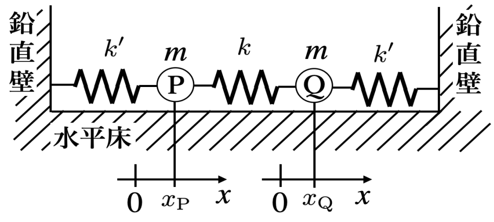

図１

図１に示すように、二つの平行な鉛直壁となめらかな水平床があり、二つの質点 P 、Q が３本のバネにより一直線状につながれているものとする。以下では、どちらの質点もバネからの力のみを受け、この直線方向にのみ一次元的に運動するとして考えよ。ここで、二つの質点はどちらも質量 m とし、バネの質量はいずれも無視できるものとする。また、バネの変形は微小であり、真ん中のバネのバネ定数は k 、左右のバネのバネ定数はどちらも k' であるとする。

なお、任意の時刻における質点 P と Q の座標は、それぞれ図に示すように、バネによるつりあいの位置を原点とし、右向き正の座標軸により x_{P} 、 x_{Q} と表すこととする。また、各原点ではバネがすべて自然長である。

〔１〕任意の時刻において、座標 x_{P} に位置する質点 P が左側のバネ、真ん中のバネから受ける力をそれぞれ答えよ。ただし、力の正負は座標軸の正方向と一致させて答えること。

〔２〕任意の時刻において、座標 x_{P} に位置する質点 P の運動方程式を答えよ。

〔３〕任意の時刻において、座標 x_{Q} に位置する質点 Q の運動方程式を答えよ。

〔４〕新たに変数 X_{a} を $X_{\mathrm{a}} = x_{\mathrm{Q}} + x_{\mathrm{P}}$ と定義すると、上記の〔２〕と〔３〕の結果から、X_{a} がどのような微分方程式を満たすことになるか答えよ。

〔５〕上記〔４〕の結果から、X_{a} が特徴的な運動であることがわかる。それをもとに X_{a} に関する微分方程式の時刻 t における一般解を解答欄の空欄を埋める形で答えよ。なお、解答欄の A、B は初期条件によって決まる定数である。

〔６〕同様に、新たに変数 X_{s} を $X_{\mathrm{s}} = x_{\mathrm{Q}} - x_{\mathrm{P}}$ と定義して、X_{s} に関する微分方程式の時刻 t における一般解を解答欄の空欄を埋める形で答えよ。なお、解答欄の C、D は初期条件によって決まる定数である。

〔７〕上記〔５〕〔６〕の結果を用いて座標 x_{P} 、座標 x_{Q} の時刻 t における一般解を答えよ。ただし、X_{a} 、X_{s} を含めてはならない。

〔８〕上記〔７〕の結果から、質点 Q が質点 P に対して特徴的な運動を二種類重ね合わせた動き方をすることがわかる。それらがどのような運動か位相に着目して簡潔に答えよ。

２０２６年度
東京農工大学工学部第３年次編入学試験問題

試験科目	物理

2　以下の各問いに答えよ。また、答えのみ解答用紙の所定の欄に記入せよ。

図 2-1 に示すように、媒質中の原点 O に、周期 T、振幅 A の波源を配置した。 ここで原点において、時刻 t での波の強さ p_0 を

$$p_0 = A\sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right)$$

と表現する。またこの媒質中を、波が波長 λ で伝わるものとする。

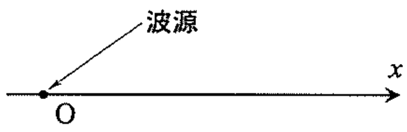

図 2-1

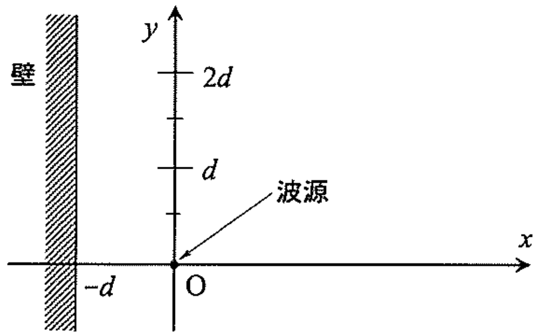

図 2-2

〔1〕 媒質中を伝わる波の速さ c を、T, A, λ のうち必要な文字を用いて求めよ。

〔2〕 x 軸上の位置 x （$x>0$） における時刻 t での、原点から直接入射した波の強さ p_1 を表す式を、必要な文字を用いて求めよ。

次に図 2-2 に示すように、原点から x 軸負方向に距離 d （$d>0$） だけ離れた位置に、x 軸に対して垂直な壁を置き、壁と平行に y 軸をとる。この時、媒質中を伝わる波が、壁にて自由端反射すると考える。以下、必要な文字を用いて求めよ。

〔3〕 x 軸上の位置 x （$x>0$） における時刻 t での、反射による波の強さ p_2 を表す式を求めよ。ただし、時刻 t は反射波が原点に達して以降であるとする。

〔4〕 〔2〕の直接波と〔3〕の反射波によって合成波が生じる。x 軸上の位置 x （$x>0$） における時刻 t での、合成波の強さ p を表す式を求めよ。

〔5〕 x 軸上の位置 （$-d, 0$） における合成波の振幅を求めよ。

〔6〕 y 軸上の位置 （$0, 3d/2$） における合成波の振幅を求めよ。

〔7〕 任意の点 Q (x, y) において、直接波と反射波が弱めあうための条件を式で求めよ。ただし点 Q の x 座標は $x>-d$ とする。必要であれば、整数 m ($m = 0, 1, 2, ...$)を使用せよ。

〔8〕 波長 λ が距離 d に等しいとする。x 軸上でかつ $-d<x<0$ の範囲で、直接波と反射波が弱めあう位置を全て求めよ。

〔9〕 波長 λ が距離 d に等しい時、y 軸上で、直接波と反射波が弱めあう位置を全て求めよ。

２０２６年度
東京農工大学工学部第３年次編入学試験解答用紙

試験科目	物理	志望学科		評点		総合評点	
受験番号	解答例	第１志望コース					

1

〔1〕 質点 P が左側のバネから受ける力 ： $-k'x_{\mathrm{P}}$

質点 P が真ん中のバネから受ける力： $k(x_{\mathrm{Q}}-x_{\mathrm{P}})$

〔2〕 質点 P の運動方程式： $m\ddot{x}_{\mathrm{P}}=-k'x_{\mathrm{P}}+k(x_{\mathrm{Q}}-x_{\mathrm{P}})$

〔3〕 質点 Q の運動方程式： $m\ddot{x}_{\mathrm{Q}}=-k(x_{\mathrm{Q}}-x_{\mathrm{P}})-k'x_{\mathrm{Q}}$

〔4〕 変数 X_{a} の満たす微分方程式： $\ddot{X}_{\mathrm{a}}+\frac{k'}{m}X_{\mathrm{a}}=0$

〔5〕 X_{a} に関する微分方程式の一般解：

$$X_{\mathrm{a}}=A\sin(\boxed{\sqrt{\frac{k'}{m}}t})+B\cos(\boxed{\sqrt{\frac{k'}{m}}t})$$

〔6〕 X_{s}に関する微分方程式の一般解：

$$X_{\mathrm{s}}=C\sin(\boxed{\sqrt{\frac{2k+k'}{m}}t})+D\cos(\boxed{\sqrt{\frac{2k+k'}{m}}t})$$

〔7〕

$$x_{\mathrm{P}}=\frac{1}{2}[A\sin(\sqrt{\frac{k'}{m}}t)+B\cos(\sqrt{\frac{k'}{m}}t)-C\sin(\sqrt{\frac{2k+k'}{m}}t)-D\cos(\sqrt{\frac{2k+k'}{m}}t)]$$

$$x_{\mathrm{Q}}=\frac{1}{2}[A\sin(\sqrt{\frac{k'}{m}}t)+B\cos(\sqrt{\frac{k'}{m}}t)+C\sin(\sqrt{\frac{2k+k'}{m}}t)+D\cos(\sqrt{\frac{2k+k'}{m}}t)]$$

〔8〕 質点 P と質点 Q が一定の距離を保ったまま運動する同位相解と
質点 P と質点 Q がたがいに同じ距離反対方向に運動する逆位相解の二つが
重ね合わされている。

２０２６年度
東京農工大学工学部第３年次編入学試験解答用紙

試験科目	物理	志望学科		評点	
受験番号	解答例	第１志望コース			

2

〔1〕	$c=\dfrac{\lambda}{T}$
〔2〕	$p_1=A\sin\left\{2\pi\left(\dfrac{t}{T}-\dfrac{x}{\lambda}\right)\right\}$
〔3〕	$p_2=A\sin\left\{2\pi\left(\dfrac{t}{T}-\dfrac{2d+x}{\lambda}\right)\right\}$
〔4〕	$p=2A\sin\left\{2\pi\left(\dfrac{t}{T}-\dfrac{d+x}{\lambda}\right)\right\}\cos\left(2\pi\dfrac{d}{\lambda}\right)$
〔5〕	$2A\cos\left(2\pi\dfrac{d}{\lambda}\right)$
〔6〕	$2A\cos\left(6\pi\dfrac{d}{\lambda}\right)$
〔7〕	$\sqrt{(x+2d)^2+y^2}-\sqrt{x^2+y^2}=(2m+1)\dfrac{\lambda}{2}$
〔8〕	$(x,y)=\left(-\dfrac{3}{4}\lambda,0\right),(-\dfrac{1}{4}\lambda,0)$
〔9〕	$(x,y)=\left(0,\dfrac{15}{4}\lambda\right),\left(0,-\dfrac{15}{4}\lambda\right),(0,\dfrac{7}{12}\lambda),(0,-\dfrac{7}{12}\lambda)$