材料力学 I　演習 (2002/11/01)

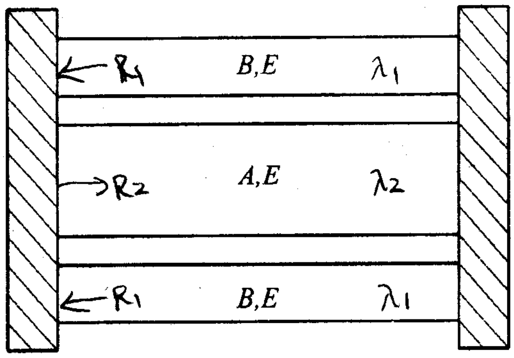
# M1 クラス　冬休み演習問題

学科: ＿＿＿＿＿＿ 工学科　学年: ＿＿ 年　学籍番号: ＿＿＿＿＿＿　氏名: ＿＿＿＿＿＿

問 1：図のように，1 つの断面積 $A$ の棒と 2 つの断面積 $B$ の棒が両端を剛体で固定されている場合を考える．それぞれの棒の長さは全て $l$ で，Young 率も $E$ で共通とした場合に，断面積 $A$ の棒を加熱して温度を $\Delta T$ だけ上昇させるものとする．このとき，断面積 $A$ の棒に生じる応力 $\sigma_A$ と断面積 $B$ の棒に生じる応力 $\sigma_B$ をそれぞれ求めよ．なお，線膨張係数は $\alpha$ とし，結果の導出過程は必ず記すこと．

$$\underbrace{\sigma = E\varepsilon \qquad \sigma = \frac{F}{A} \qquad \varepsilon = \frac{\lambda}{l}}$$

$$\frac{F}{A} = \frac{E\lambda}{l} \Leftrightarrow \lambda = \frac{Fl}{AE}$$




力のつりあい　　熱膨張 $\alpha l \Delta T$

$$\begin{cases} R_2 - 2R_1 = 0 \\ \lambda_1 = \dfrac{R_1 l}{BE} \end{cases} \qquad \lambda_2 = \frac{R_2 l}{AE} \qquad \lambda_1 + \lambda_2 = \alpha l \Delta T$$

よって $\dfrac{R_1 l}{BE} + \dfrac{2R_1 l}{AE} = \alpha l \Delta T \Leftrightarrow \dfrac{A+2B}{ABE} R_1 = \alpha \Delta T \Leftrightarrow R_1 = \dfrac{ABE\alpha\Delta T}{A+2B}$, $R_2 = \dfrac{2ABE\alpha\Delta T}{A+2B}$

$$\therefore \sigma_A = \frac{-R_2}{A} = \frac{-2BE\alpha\Delta T}{A+2B}$$

$$\sigma_B = \frac{R_1}{B} = \frac{AE\alpha\Delta T}{A+2B}$$

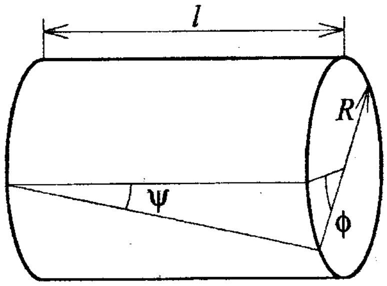
$\sigma_A = \boxed{-\dfrac{2BE\alpha\Delta T}{A+2B}}$ , $\sigma_B = \boxed{\dfrac{AE\alpha\Delta T}{A+2B}}$



30

問 2：図のように，長さが$l$で半径が$R$の円形断面である棒をねじる問題を考える．このとき，次の各問いに答えよ．

10×4




(a) 変形が微小であるとして，ねじれ角 $\phi$ とらせん角 $\psi$ の関係を表せ．

$$l\psi = R\phi$$

$$\boxed{l\tan\psi = R\phi}$$

(b) らせん角 $\psi$ をせん断ひずみ$\gamma$とするとき，せん断応力$\tau$を長さ$l$，半径$R$，ねじれ角$\phi$を用いて表せ．なお，横弾性係数は$G$とする．

$$\tau = G\gamma \qquad \gamma = R\frac{\phi}{l}$$

よって $\tau = G\dfrac{R}{l}\phi$

$$\tau = \boxed{G\frac{R}{l}\phi}$$

(c) 上記 (b) の結果から，任意の半径$r$(0 · $r$ · $R$) でのせん断応力$\tau(r)$はその結果で$R$を$r$に置き換えることで求まる．このとき，この変形を生じさせるために必要なトルク$T$をもとめよ．なお，このトルク $T$ はせん断応力 $\tau(r)$ と軸中心からの距離 $r$ の積を全断面について積分することで求まる．

$$\tau(r) = G\frac{r}{l}\phi$$

$$T = \int_A \tau(r) \times r\,dA = \int_A G\frac{\phi}{l}r^2\,dA = \int_0^R G\frac{\phi}{l}r^2 \times 2\pi r\,dr$$

$$= G\frac{\phi\pi}{l}\int_0^R 2r^3\,dr = G\frac{\pi\phi}{l}\left[\frac{r^4}{2}\right]_0^R = \frac{\pi G\phi R^4}{2l}$$

$$T = \boxed{\frac{\pi G\phi R^4}{2l}}$$

(d) 上記 (c) の結果において，$T = G\phi I_p/l$ とする場合において $I_p$ を棒の直径 $D(= 2R)$ を用いて表せ．なお，この $I_p$ は断面 2 次極モーメント (or 極断面 2 次モーメント) と呼ばれている．

$$T = \frac{G\phi I_p}{l} \Leftrightarrow I_p = \frac{Tl}{G\phi} = \frac{\pi \cancel{G\phi} R^4}{2\cancel{G\phi}} = \frac{\pi R^4}{2}$$

$$= \frac{\pi D^4}{32}$$

$$I_p = \boxed{\frac{\pi}{32}D^4}$$

40

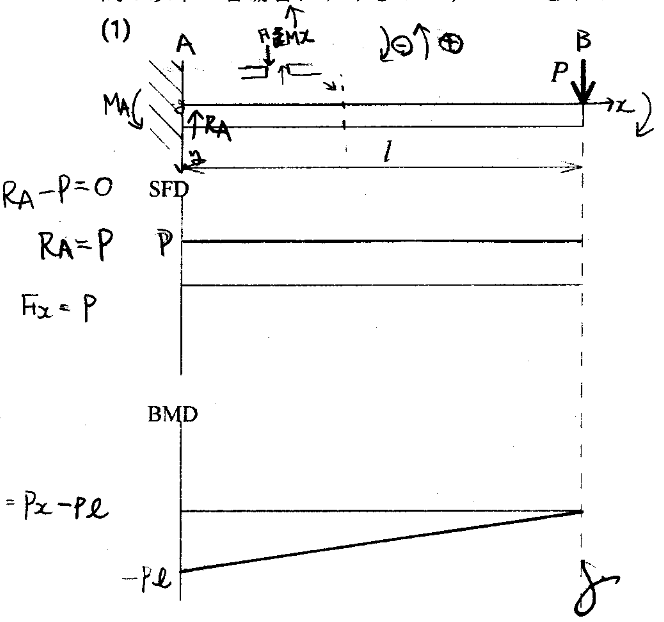
材料力学Ⅰ　演習 (2002/11/22)

# M1 クラス　冬休み演習問題

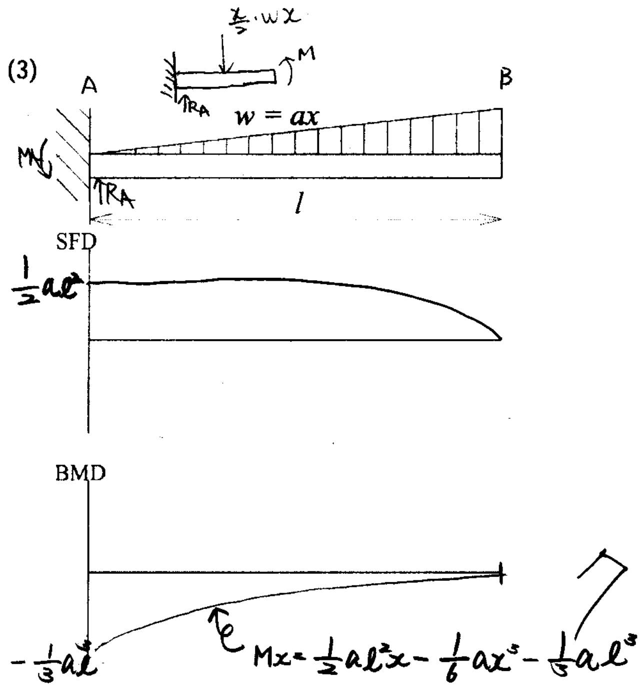
学科:　　　　　　　　　　工学科　学年:　　　年　学籍番号:　　　　　　　　氏名:

問：以下の各場合における SFD，BMD を求めよ．

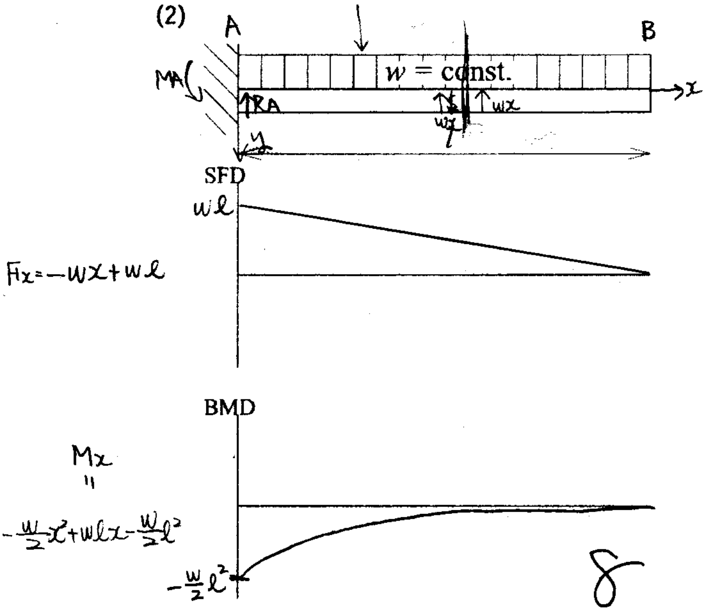
(1)



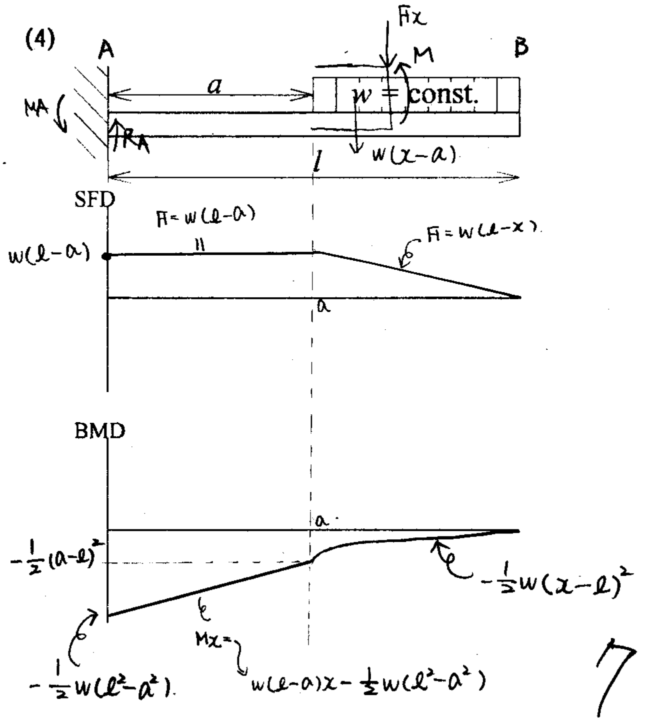

(3)




(2)




(4)




30

(1)

$$\left.\begin{array}{l} R_A - P = 0 \\ M_A - Pl = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} R_A = P \\ M_A = Pl \end{array}\right.$$

A点からの距離をxとすると

$$F_x = P$$

$$M_A + M_x = R_A x$$

$$M_x = Px - Pl$$

(2)

$$\left.\begin{array}{l} R_A - wl = 0 \\ M_A - wl\cdot\frac{l}{2} = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} R_A = wl \\ M_A = wl\cdot\frac{l}{2} \end{array}\right.$$

$$R_A = F_x + wx$$

$$M_A + wx \times \frac{x}{2} + M_x = R_A x$$

$$M_x = -\frac{w}{2}x^2 + wlx - \frac{w}{2}l^2$$

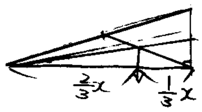
$$F_x = -wx + wl$$

(3)

$$F_x = \int_x^l w\,dx$$

$$\fallingdotseq \int_x^l ax\,dx$$

$$= \frac{1}{2}a(l^2 - x^2)$$




$$M_x = \int F(x)\,dx$$

$$= \frac{1}{2}al^2x - \frac{1}{6}ax^3 + C$$

$M_0 = 0$より $C = -\frac{1}{3}al^3$　よって $M_x = \frac{1}{2}al^2x - \frac{1}{6}ax^3 - \frac{1}{3}al^3$

(4).

$$R_A = w(l-a)$$

$$M_A = \frac{1}{2}w(l-a)(l+a)$$

i) $0 \leqq x \leqq a$の時

$$\left.\begin{array}{l} F_x = w(l-a) \\ M_x + M_A = R_A x \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} F_x = w(l-a) \\ M_x = w(l-a)x - M_A \end{array}\right.$$

ii) $a \leqq x \leqq l$の時

$$\left.\begin{array}{l} F_x = R_A - w(x-a) \\ M_x + M_A + w(x-a) \times \frac{(x-a)}{2} = R_A x \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} F_x = w(l-x) \\ M_x = -\frac{1}{2}w(x-l)^2 \end{array}\right.$$