材料力学演習問題（ 2007–03–B ） 2007/04/27（金） 提出［ ］

クラス 番号 氏 名 得点

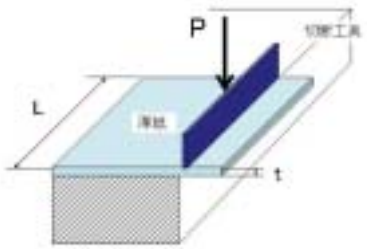
注意： この用紙を表紙として，解答にはレポート用紙を用いること．

（配点：問 1,3：10 点，問 2,4：20 点：問 5：40 点）

問題 1 ： 板の切断

図の様に厚さ $t = 3\text{mm}$，幅 $L = 200\text{mm}$ の厚紙を切断したい．厚紙のせん断強さ τ_B を 4 MPa とした場合，切断に必要な荷重 P[N] を求めよ．

[p010_17]



解答例

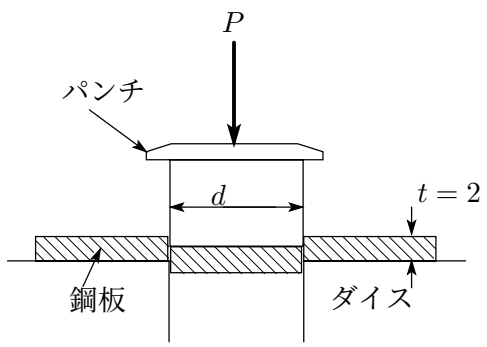
切断工具によって厚紙はせん断変形を受ける．せん断力が働く面積 A は，厚紙の幅 $L\times$ 厚さ t であり，この面のせん断応力が厚紙のせん断強さ τ_B に達すると厚紙は切断される．したがって

$$P = A \cdot \tau_B = L \cdot t \cdot \tau_B = 200 \times 3 \times 4 = 2.4 \times 10^3\text{N} = 2.4\text{kN}$$

問題 2 ： パンチ

図の様なパンチを用いて，厚さ $t = 2\text{mm}$ の鋼板に直径 $d = 50\text{mm}$ の円孔をあけたい．鋼板のせん断強さが $\tau_B = 300\text{MPa}$ であるとき，円孔をあけるために必要な荷重 P[N] を求めよ．またパンチの材料として，どの程度の圧縮強さ σ_C[MPa] の材料を用いるべきか．安全率 $S = 8$ として考えよ．

[p010_18]



解答例

パンチによって鋼板はせん断変形を受ける．せん断力が働く面積 A は，パンチの円周長さ $\pi \cdot d \times$ 板厚 t であり，この面のせん断応力が鋼板のせん断強さ τ_B に達すると，鋼板はパンチによって円形に切断される．したがって切断に必要な荷重 P は

$$P = A \cdot \tau_B = \pi dt\tau_B = 50 \times 2 \times 300 \times \pi == 9.42 \times 10^4\text{N}$$

となる．

一方，この荷重 P はパンチには圧縮力として働く．パンチに生じる圧縮応力 σ がパンチ材の許容応力（=圧縮強さ σ_C /安全率 S ）より小さくなるようにしなければならない．

生じる圧縮応力は

$$\sigma = \frac{P}{\pi d^2/4} = \frac{4\pi dt\tau_B}{\pi d^2} = \frac{4dt\tau_B}{d^2} = \frac{9.42 \times 10^4}{\pi 50^2/4} = 4.8 \times 10^1\text{MPa}$$

であり，これよりパンチ材としては

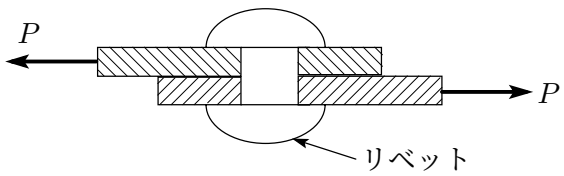
$$\sigma < \frac{\sigma_C}{S}$$

$$\sigma_C > S\sigma = S\frac{P}{\pi d^2/4} = 8 \times 4.8 \times 10^1 = 3.84 \times 10^2 \mathrm{MPa}$$

を満たす材料を用いなければならない．

問題 3 ： リベット

図の様に 2 枚の板がリベットで接合されている．2 枚の板が外力 $P = 3\mathrm{kN}$ で左右に引張られるとき，直径 $d = 8\mathrm{mm}$ のリベットに生じるせん断応力を求めよ． [p010_14]



解答例

リベットは，外力 P によってせん断変形を受けるから

$$\tau = \frac{P}{A} = \frac{P}{\pi d^2/4} = \frac{3000 \times 4}{8^2\pi} = 5.97 \times 10^1 \mathrm{MPa}$$

問題 4 ： 丸棒のねじり

長さ 0.8m の丸棒が 5kN·m のねじりモーメントを受けるとき，その直径をいくらにすればよいか．また，この丸棒のねじれ角を求めよ．ただし，許容ねじり応力（許容せん断応力）を 50MPa，横弾性係数 $G = 80\mathrm{GPa}$ とする． [p010_13]

解答例

ねじりモーメントとせん断応力の関係から，この丸棒に生じる最大せん断応力 τ_o は，丸棒の極断面係数を Z_p として

$$\tau_o = \frac{T}{Z_p} = \frac{T}{\frac{\pi d^3}{16}} = \frac{16T}{\pi d^3}$$

であり，これが許容せん断応力 $\tau_a = 50\mathrm{MPa}$ より小さくなければならない．

$$\tau_o = \frac{16T}{\pi d^3} < \tau_a$$

したがって

$$d > \sqrt[3]{\frac{16T}{\pi\tau_a}} = \sqrt[3]{\frac{16 \times 5 \times 10^3 \times 10^3}{50\pi}} = 7.99 \times 10^1\,\mathrm{mm}$$

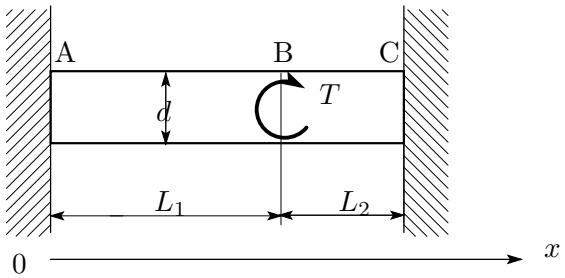
（単位に注意：ここでは長さの単位を mm としている）

同様に，ねじりモーメントとねじれ角の関係から，長さ L の丸棒のねじれ角 ϕ は，断面 2 次極モーメント I_p として，以下のように与えられる．

$$\begin{aligned}\phi &= \frac{L}{GI_p}T = \frac{L}{G\frac{\pi d^4}{32}}T = \frac{32L}{\pi G d^4}T = \frac{32 \times 0.8 \times 10^3}{80 \times 10^3 \times (7.99 \times 10^1)^4\pi} \times 5 \times 10^3 \times 10^3 \\ &= 1.25 \times 10^{-2}\mathrm{rad} = 0.717\,\text{度}\end{aligned}$$

問題 5 ： 両端を固定された丸棒のねじり

図の様に両端を固定された直径 $d = 30\text{mm}$ の丸棒がある．B の位置にねじりモーメント $T = 500\text{Nm}$ が負荷される時，丸棒に生じる最大せん断応力と点 B でのねじれ角を求めよ．ただし，$L_1 = 300\text{mm}$，$L_2 = 200\text{mm}$，横弾性定数 $G = 80\text{GPa}$ とする． [p010_16]



解答例

この問題はねじり荷重が加わる場合の不静定問題の例であり，教科書の例題と全く同じである．詳細は教科書を参照されたい．

$$\tau_1 = \frac{16L_2T}{\pi d^3(L_1+L_2)} = \frac{16\times 200\times 500\times 10^3}{\pi 30^3(300+200)\pi} = 3.77\times 10^1\text{MPa}$$

$$\tau_2 = \frac{16L_1T}{\pi d^3(L_1+L_2)} = \frac{16\times 300\times 500\times 10^3}{30^3(300+200)\pi} = 5.66\times 10^1\text{MPa}$$

$$\phi = \frac{32L_1L_2T}{\pi d^4G(L_1+L_2)} = \frac{32\times 300\times 200\times 500\times 10^3}{30^4\times 80\times 10^3\times(300+200)\pi} = 9.43\times 10^{-3}\text{rad} = 0.540\text{ 度}$$