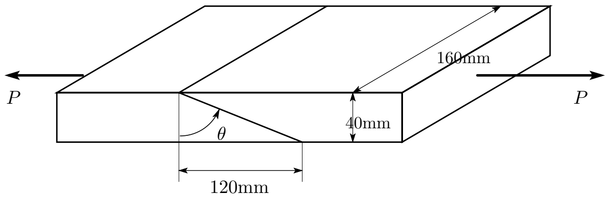
材料力学　演習（2007年度 第10回）

配布 2008/01/11（金）　締切 1/17　提出［　　］

クラス　　番号　　氏名　　得点

注意： この用紙を表紙として，解答はレポート用紙を用いよ．

問1　図のように，長方形断面（$160 \times 40\mathrm{mm}^2$）の部材が斜めに接着剤で接合されている．



引張荷重 P が作用したところ，接着面に沿ってせん断された．接着面のせん断強さを50MPaとしてこのときの引張荷重の大きさを求めよ．

[解答例]

図のように引張応力 $\sigma = P/A$ が加わるとき，引張軸に対して θ だけ傾いた面に生じるせん断応力 τ_θ は,

$$\tau_\theta = -\frac{\sigma}{2}\sin 2\theta = -\frac{P}{2A}\sin 2\theta$$

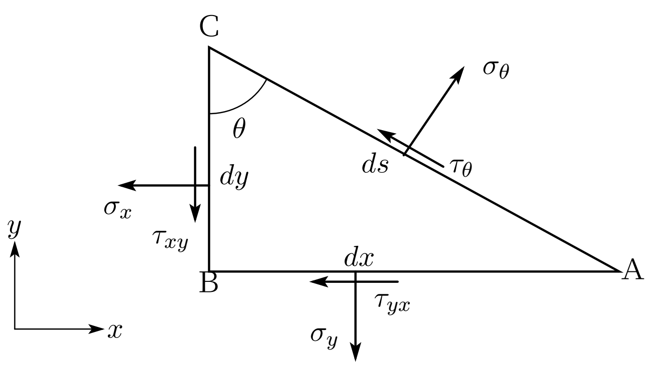
と与えられる (A は断面積）．また

$$\tan\theta = \frac{120}{40} = 3 \qquad \therefore \quad \theta = \tan^{-1} 3 = 1.249$$

τ_θ の絶対値が 50MPa になるときの荷重 P は

$$P = \frac{2 \times 40 \times 160 \times 50}{\sin(2 \times 1.249)} = 1.07 \times 10^6 \text{ N}$$

問2　物体中の仮想的な三角形領域について，図のように応力 σ_x , σ_y , τ_{xy} が働いている．



1. 三角形ABCの力の釣り合いを考え，σ_θ , τ_θ を求めよ．
2. σ_θ が最大となる角度 θ を求めよ．

[解答例]

1.　x 方向の力の釣り合いを考えると

$$\sigma_\theta \cos\theta ds = \sigma_x dy + \tau_{xy} dx + \tau_\theta \sin\theta ds$$

$$\sigma_\theta \cos\theta - \tau_\theta \sin\theta = \sigma_x \frac{dy}{ds} + \tau_{xy}\frac{dx}{ds}$$

となる．同様に y 方向の力の釣り合いを考えると

$$\sigma_\theta \sin\theta ds + \tau_\theta \cos\theta ds = \tau_{xy} dy + \sigma_y dx$$

$$\sigma_\theta \sin\theta + \tau_\theta \cos\theta = \tau_{xy}\frac{dy}{ds} + \sigma_y \frac{dx}{ds}$$

を得る．ここで $\frac{dy}{ds} = \cos\theta$， $\frac{dx}{ds} = \sin\theta$ を考慮すれば

$$\begin{cases} \sigma_\theta \cos\theta - \tau_\theta \sin\theta &= \sigma_x \cos\theta + \tau_{xy} \sin\theta \\ \sigma_\theta \sin\theta + \tau_\theta \cos\theta &= \tau_{xy} \cos\theta + \sigma_y \sin\theta \end{cases}$$

となる． σ_θ， τ_θ に関するこの連立方程式を解けば

$$\begin{cases} \sigma_\theta &= \sigma_x \cos^2\theta + 2\tau_{xy} \sin\theta\cos\theta + \sigma_y \sin^2\theta \\ \tau_\theta &= -(\sigma_x - \sigma_y)\sin\theta\cos\theta + \tau_{xy}\left(\cos^2\theta - \sin^2\theta\right) \end{cases}$$

が得られる．さらに整理すると

$$\begin{cases} \sigma_\theta &= \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) + \frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y)\cos 2\theta + \tau_{xy} \sin 2\theta \\ \tau_\theta &= -\frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y)\sin 2\theta + \tau_{xy}\cos 2\theta \end{cases} \tag{1}$$

となる．

2.　θ を変化させたときに σ_θ が極値をとる条件は

$$\frac{d\sigma_\theta}{d\theta} = 0$$

であるから，式 (1) から

$$\frac{d\sigma_\theta}{d\theta} = -(\sigma_x - \sigma_y)\sin 2\theta + 2\tau_{xy}\cos 2\theta = 0$$

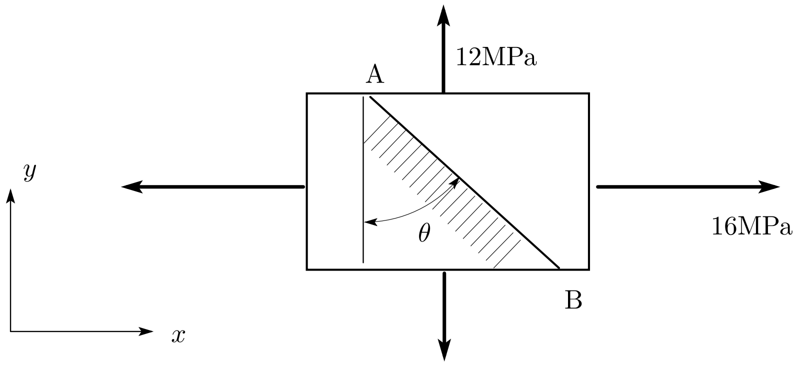
$$\frac{\sin 2\theta}{\cos 2\theta} = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}$$

$$\tan 2\theta = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}$$

$$\therefore \qquad \theta = \frac{1}{2}\tan^{-1}\frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} + \frac{n\pi}{2} \qquad (n = 0, 1)$$

よって σ_θ が最大値をとるのは上式で $n = 0$ または $n = 1$ の場合．

問 3　図のように応力が加わる物体中の面 AB(傾き角 $\theta = 45°$) に働く垂直応力 σ_θ とせん断応力 τ_θ を求めよ．



[**解答例**] 問 2 の結果の式 (1) に数値を代入して

$$\sigma_\theta = \frac{1}{2}(16 + 12) + \frac{1}{2}(16 - 12)\cos 2\cdot\frac{\pi}{4} + 0 \times \sin 2\cdot\frac{\pi}{4} = 14 \text{ MPa}$$

$$\tau_\theta = -\frac{1}{2}(16 - 12)\sin 2\cdot\frac{\pi}{4} + 0 \times \cos 2\cdot\frac{\pi}{4} = -2 \text{ MPa}$$