材料力学　　演習課題 No.5：組合せ応力，ひずみ　　　　提出日:2003 年　　月　　日

解答例　　　　総得点:　　　　点

クラス:　M1・M2　**学年:　　　年**　**学籍番号:**

氏名:

この用紙を表紙にして，レポート用紙に解答せよ．

問 1　：平面応力状態にある部材について応力解析を行った．部材中の点 A から H までの 8 箇所の点について，得られた応力の値，主応力の値を表 1 に示している．

1. 各点の最大せん断応力 τ_{max} を求め，表を完成させよ（結果はこの用紙の表に記入せよ）．(16 点)

   最大せん断応力 τ_{max} は

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2}$$

   で与えれられる．各点の値は，表を参照のこと．

	応力 (MPa)				主応力 (MPa)		最大せん断応力 (MPa)
位置	σ_x	σ_y	σ_z	τ_{xy}	σ_{max}	σ_{min}	τ_{max}
A	100.0	-21.0	0.0	35.0	109.4	-30.4	69.9
B	120.0	-33.0	0.0	43.0	131.3	-44.3	87.8
C	110.0	-42.0	0.0	54.0	127.2	-59.2	93.2
D	99.0	-57.0	0.0	53.0	115.3	-73.3	94.3
E	90.0	-15.0	0.0	52.0	111.4	-36.4	73.9
F	95.0	-49.0	0.0	48.0	109.5	-63.5	86.5
G	113.0	-44.0	0.0	44.0	124.5	-55.5	90.0
H	115.0	-36.0	0.0	39.0	124.5	-45.5	85.0

2. この部材が最大せん断応力説にしたがって降伏するものとすると，表に示される 8 箇所のうち，最初に塑性変形が起こるのはどの点か．(5 点)

   最大せん断応力が最も高い部分から，塑性変形は始まる．したがって表中の最大せん断応力の値から，最初に塑性変形が生じるのは D 点

3. 最大せん断応力説にしたがって降伏する材料を用いてこの部材を製作するとき，材料の引張降伏応力 σ_Y はいくら以上でなければならないか．ただし，安全率 $S = 4$ とする．(15 点)

   もっとも最大せん断応力が高い部分でも，塑性変形が起きないようにしなければならない（許容せん断応力以下にしなければならない）．したがって

$$\tau_{max} < \tau_a = \frac{\tau_Y}{S} = \frac{\sigma_Y}{2S}$$

$$\sigma > 2 \cdot S \cdot \tau_{max} = 2 \times 4 \times 94.3 = 754MPa$$

4. 点 E のひずみ $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \gamma_{xy}$ を求めよ．ただし，Young 率 $E = 200$GPa，Poisson 比 $\nu = 0.3$ とする．(16 点)

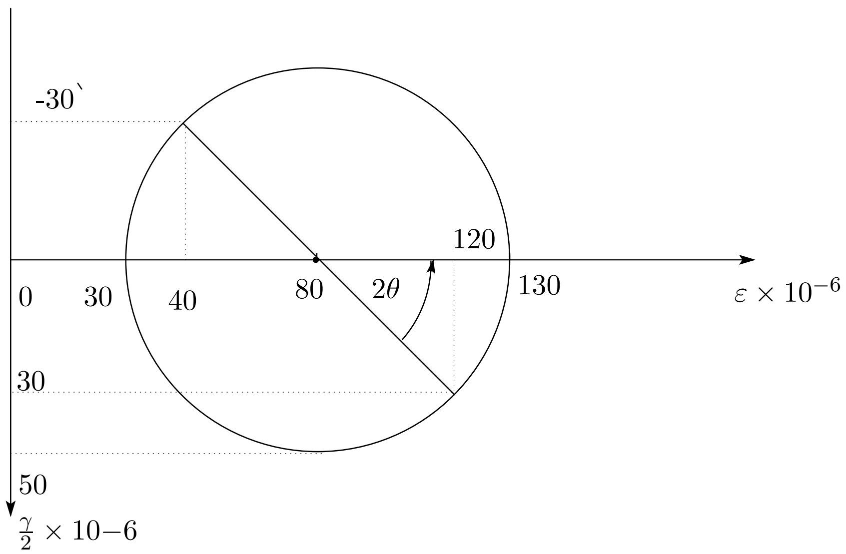
平面応力状態であるから，

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}(\sigma_x - \nu\sigma_y) = \frac{1}{200\times10^3}(90 - 0.3(-15)) = 4.725\times10^{-4} = 473\times10^{-6}$$
$$\varepsilon_y = \frac{1}{E}(\sigma_y - \nu\sigma_x) = \frac{1}{200\times10^3}(-15 - 0.3\times90) = -2.1\times10^{-4} = -210\times10^{-6}$$
$$\varepsilon_z = -\frac{\nu}{E}(\sigma_x + \sigma_y) = \frac{0.3}{200\times10^3}(90 - 15) = -1.125\times10^{-4} = -113\times10^{-6}$$
$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G} = \frac{2(1+\nu)}{E}\tau_{xy} = \frac{2(1+0.3)}{200\times10^3}\cdot52 = 6.76\times10^{-4} = 676\times10^{-6}$$

問 2 ： 部材にひずみ $\varepsilon_x = 120\times10^{-6}$， $\varepsilon_y = 40\times10^{-6}$， $\gamma_{xy} = 60\times10^{-6}$ が加わっているとき，主ひずみとその方向をモールのひずみ円を用いて求めよ．また最大せん断ひずみを求めよ．(20 点)

モールの円の中心は， $(80\times10^{-6}, 0)$ ． また点 $(120\times10^{-6}, 30\times10^{-6})$ を通り，半径は $\sqrt{40^2+30^2}\times10^{-6}$

$$\varepsilon_1 = 130\times10^{-6} \quad , \quad \varepsilon_2 = 30\times10^{-6}$$
$$\frac{\gamma_{xy}}{2} = 50\times10^{-6} \quad , \quad \gamma_{xy} = 100\times10^{-6}$$
$$\tan 2\theta_1 = \frac{30\times10^{-6}}{40\times10^{-6}} \quad , \quad 2\theta_1 = \tan^{-1}\frac{3}{4} = 36.9^\circ$$
$$\theta_1 = 18.4^\circ \quad , \quad \theta_2 = 18.4 + 90 = 108.4^\circ$$



問 3 ：部材の表面で主ひずみを測定したところ，$\varepsilon_1 = 800\times10^{-6}$ ，$\varepsilon_2 = 500\times10^{-6}$ であった．主応力 σ_1, σ_2 と最大せん断応力 τ_{max} を求めよ．ただし Young 率 $E = 200$GPa，Poisson 比 $\nu = 0.3$ とする．(18 点)

部材の表面は，平面応力状態と考えられるから，

$$\sigma_1 = \frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_1 + \nu\varepsilon_2) = \frac{200\times10^3}{1-0.3^2}\cdot(800 + 0.3\times500)\times10^{-6} = 209MPa$$

$$\sigma_2 = \frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_2 + \nu\varepsilon_1) = \frac{200\times10^3}{1-0.3^2}\cdot(500+0.3\times800)\times10^{-6} = 163MPa$$
$$\tau_{max} = \frac{1}{2}\left(\sigma_{max} - \sigma_{min}\right) = \frac{1}{2}\left(\sigma_1 - \sigma_2\right) = \frac{1}{2}(209-163) = 23MPa$$

問 4 ：ある材料について，Young 率 E とせん断弾性定数 G を測定した結果， E=70.6GPa ，G=26.5GPa であった．この材料の体積弾性係数 K と Poisson 比 ν を求めよ．(10 点)

$$K = \frac{EG}{3(3G-E)} = \frac{70.6\times26.5}{3\times(3\times26.5-70.6)} = 70.1 \quad GPa$$
$$\nu = \frac{E-2G}{2G} = \frac{70.6-2\times26.5}{2\times26.5} = 0.332$$