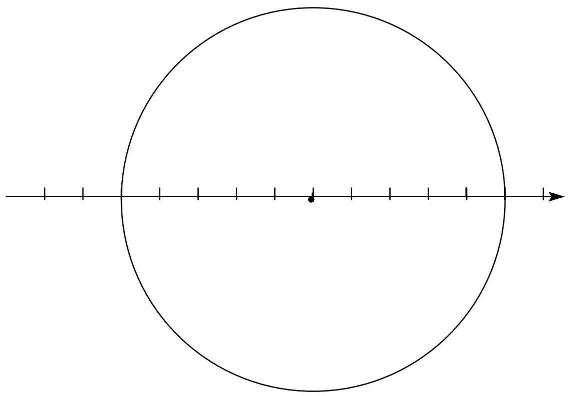
材料力学　試験（2K6 年度 第 2 回）

2006/07/19（水）　得点 $\boxed{}$

No.1　クラス $\boxed{}$　番号 $\boxed{}$　氏 名 $\boxed{}$

1. ある部材に，$\sigma_x = 48$ MPa，$\sigma_y = -16$ MPa，$\tau_{xy} = 24$ MPa の応力が加わっている（他の応力成分は 0）．
   (a) 以下の空欄□に適切な文字，文字式，数値を記入せよ．また図に正しく座標軸や目盛り，必要な値などを記入してモールの応力円を完成させよ．



i. モールの応力円の中心を $(\sigma_o, 0)$ とすると

$\sigma_o = \boxed{}$【文字式で】$= \boxed{}$ MPa【数値で】

である．

ii. この円は，点 $(\sigma, \tau) = \left(\boxed{}, \boxed{}\right)$【文字で】$= \left(\boxed{}, \boxed{}\right)$【数値で】を通る．

iii. したがってこの円の半径 R は $\boxed{}$ MPa となり，最大せん断応力は $\tau_{max} = \boxed{}$ MPa となる．

iv. 垂直応力の最大値（最大主応力）は $\sigma_{max} = \boxed{}$ MPa となる．

   (b) 右の表は，鋼材（SS 材）の規格の例である．安全率を 6 とし，引張強さを基準強さとするとき，どの材料でこの部材を製作すればよいか．選択した理由とともに材料名を記せ．ただし，材料は最大せん断応力説に従うとする．

表 1：材料の降伏応力と引張強さ

材料名	降伏応力 (MPa)	引張強さ (MPa)
SS330	175 〜 205	330 〜 430
SS400	215 〜 245	400 〜 510
SS490	255 〜 285	490 〜 610
SS540	390	540

2. 以下の文章中の空欄□に適切な文字（あるいは数式，文字式），単語を入れて，文章を完成させよ．

垂直応力 σ，垂直ひずみ ε が働くとき，単位体積あたりに蓄えられるひずみエネルギー $\bar{U}$ は，ヤング率を E として

$$\bar{U} = \frac{1}{2} E \boxed{} = \frac{1}{2E} \boxed{}$$

の形で与えられる．したがって，長さ L，断面 A のはりの曲げについて，このはりに蓄えられるひずみエネルギー U は

$$U = \int_0^L \int_A \bar{U}\, dA\, dx = \int_0^L \int_A \frac{1}{2E} \boxed{}\; dA\, dx$$

となる．一方，ある断面 A に働く曲げモーメントを M ，中立面からの距離を y，断面 2 次モーメントを I とすると，応力 σ は

$$\sigma = \frac{\boxed{\quad}}{\boxed{\quad}} \boxed{\quad}$$

と表されるので，

$$U = \int_0^L \int_A \frac{1}{2E} \cdot \frac{\boxed{\quad}}{\boxed{\quad}} \boxed{\quad} \; dA\,dx$$

となる． M， E ，I はある断面では一定値をとるから，この積分は

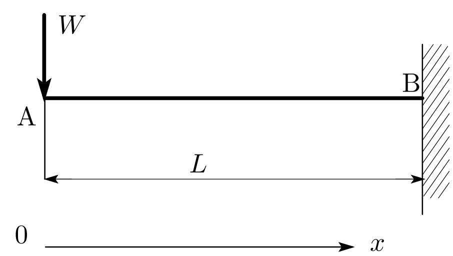
$$U = \int_0^L \frac{\boxed{\quad}}{2E\boxed{\quad}} \int_A \boxed{\quad} \; dA\,dx$$

と変形できるが，断面 2 次モーメント I は $I = \int_A \boxed{\quad} \; dA$ と定義されるので，上式は

$$U = \int_0^L \frac{\boxed{\quad}}{2E\boxed{\quad}} dx \tag{1}$$

となり，曲げにおいて蓄えられるひずみエネルギを表す式を得る．

たとえば，図の様に端点に集中荷重 W を受ける片持ちはり (ヤング率 E，断面二次モーメント I，長さ L）の曲げモーメントは x の関数として



$$M(x) = \boxed{\qquad\qquad} \tag{2}$$

と与えられるから，このはりに蓄えられるひずみエネルギ U は，式 (1) に式 (2) を代入して

$$U = \int_0^L \boxed{\qquad\qquad} \; dx = \boxed{\qquad\qquad} \tag{3}$$

となる．したがって，カスティリィアーノの定理を用いれば，荷重点 A のたわみ δ_A は，

$$\delta_A = \frac{\partial \boxed{\quad}}{\partial \boxed{\quad}} = \boxed{\qquad\qquad}$$

と簡単に求められる．

なお，式 (3) のようにひずみエネルギを直接求めなくとも，カスティリアーノの定理は

$$\delta_A = \frac{\partial \boxed{\quad}}{\partial \boxed{\quad}} = \int_0^L \frac{\boxed{\quad}}{EI} \frac{\partial \boxed{\quad}}{\partial \boxed{\quad}} dx$$

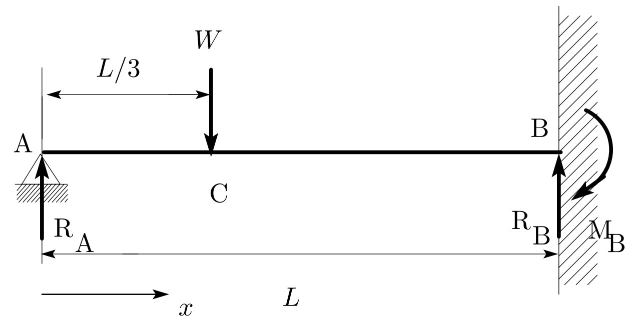
の形で用いることもできる．

また集中荷重が加わっていない点のたわみを求めるためには，たわみを求めたい点に $\boxed{\qquad}$ に集中荷重 Q を加えて曲げモーメントやひずみエネルギを計算し，その後カスティリアーノの定理を適用して最終的に $\boxed{\qquad}$ とすれば良い．

No.2　　クラス　　番号　　氏 名

3. 図のはりについて以下の問に答えよ．ただし，ヤング率を E，断面二次モーメントを I とする．

(a) 図のように反力，反モーメントを仮定する時，力のつりあい，点 A のまわりのモーメントのつりあい式を求めよ．



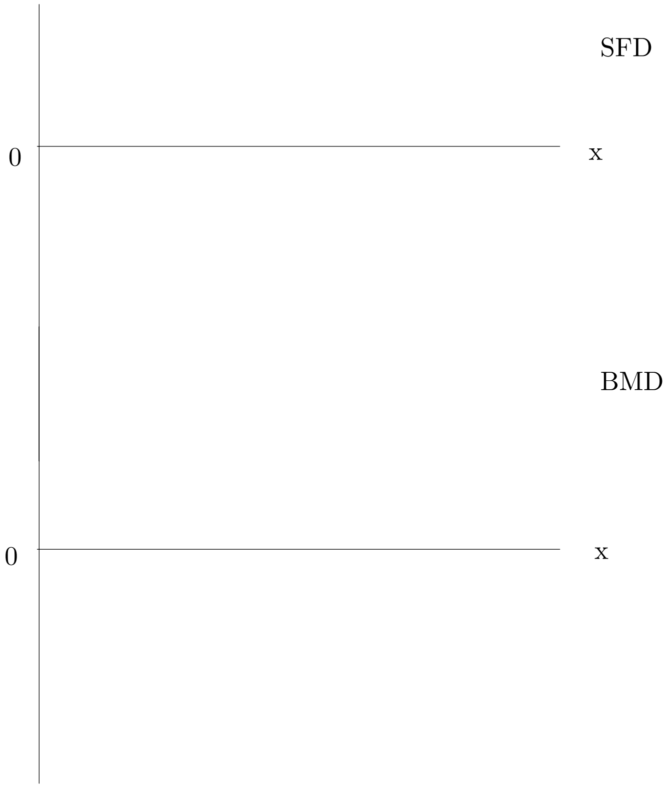
(b) このはりの不静定次数を求めよ．

(c) $0 < x < L/3$ におけるせん断力 F と曲げモーメント M を求めよ．

(d) $L/3 < x < L$ におけるせん断力 F と曲げモーメント M を求めよ【但し，(c)(d) では R_A, W, x, L を用いて解答すること】

(e) 上で求めた曲げモーメントを用い，カスティリアーノの定理を利用して，支点 A の反力 R_A を求めよ．

(f) 反力 R_B，反モーメント M_B を求めた後，せん断力と曲げモーメントの分布を求め，SFD,BMD を下図に描け．



(g) このはりを鋼材（SS400：表 1 参照）を用いて製作する．はりの断面は直径 d の円形であり，$W = 20$kN，$L = 600mm$ とする．降伏応力を基準強さとして安全率 $S = 10$ とする場合，直径 d(mm) をいくら以上にすればよいか（有効数字 3 桁で答えよ．なお円形断面の断面 2 次モーメントは $I = \frac{\pi d^4}{64}$ である）．

4. 講義の感想，コメントなど自由に（採点には無関係！）