# 材料力学　試験（2K2 年度 第 1 回）

2002/12/06（金曜）　M1　　得点 $\boxed{\phantom{00}}$

番号 $\boxed{\phantom{0000}}$ 氏 名 $\boxed{\phantom{00000000}}$

**注意** 答えは□枠の中に記入すること，有効桁数は 3 桁とし導出の過程も記すこと．未記入の場合は 0 点！

---

1. 一端を固定した直径 15mm，長さ 0.75m の軟鋼丸棒がある．
   軟鋼の縦弾性係数 $E = 206GPa$，横弾性係数 $G = 79GPa$，ポアソン比 $\nu = 0.3$，引張り強さ $\sigma_B = 680MPa$，安全率 $S = 4$ とするとき，以下の問に答えよ．(3 点 × 10 = 30 点)

   (a) $20KN$ の引張り荷重が作用した場合

   i. 生じる応力，ひずみをそれぞれ求めよ．

   $$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{20 \times 1000}{\frac{\pi \cdot 15^2}{4}} = 1.1317 \times 10^2 \quad , \quad \varepsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{113.17}{206 \times 1000} = 5.49 \times 10^{-4}$$

   応力 $\boxed{1.13 \times 10^2}$ $MPa$　，ひずみ $\boxed{5.49 \times 10^{-4}}$

   ii. 棒の伸びと直径の変化量を求めよ．

   $$\Delta L = \varepsilon \cdot L = 5.49 \times 10^{-4} \times 0.75 \times 1000 = 4.1205 \times 10^{-1}$$

   $$\Delta d = -\nu \cdot \varepsilon \cdot d = -0.3 \times 5.49 \times 10^{-4} \cdot 15 = 2.4723 \times 10^{-3}$$

   伸び $\boxed{4.12 \times 10^{-1}}$ $mm$　，直径の変化 $\boxed{2.47 \times 10^{-3}}$ $mm$

   (b) 引張り強さを基準強さとしたときの許容応力はいくらか．またこの丸棒に安全に加えることのできる最大の引張り荷重はいくらか．

   $$\sigma_a = \frac{\sigma_B}{S} = \frac{680}{4} = 1.70 \times 10^2 \quad , \quad F_{max} = \sigma_a \times A = 170 \times \frac{\pi \cdot 15^2}{4} = 3.004 \times 10^4$$

   許容応力 $\boxed{1.70 \times 10^2}$ $MPa$　，最大引張り荷重 $\boxed{3.00 \times 10^1}$ $KN$

   (c) ねじりモーメント $40N \cdot m$ が作用した場合

   i. 生じる最大せん断応力を求めよ．

   $$\tau_{max} = \frac{T}{Z_p} \quad , \quad Z_p = \frac{\pi\, d^3}{16} \quad \therefore \quad \tau_{max} = \frac{40 \times 1000}{\frac{\pi\, 15^3}{16}} = 6.036 \times 10^1$$

   $\boxed{6.04 \times 10^1}$ $MPa$

ii. 比ねじれ角，ねじれ角を求めよ．

$$\theta = \frac{T}{G\,I_p} \quad , \quad I_p = \frac{\pi d^4}{32} \quad , \quad \phi = \theta \cdot L$$

$$\therefore \quad \theta = \frac{40 \times 1000}{79 \times 1000 \times \frac{\pi 15^4}{32}} = 1.018 \times 10^{-4} \quad , \quad \phi = 1.018 \times 10^{-4} \times 9750 = 7.641 \times 10^{-2}$$

比ねじれ角 $\boxed{1.02 \times 10^{-4}}\ rad/mm$, ねじれ角 $\boxed{7.64 \times 10^{-2}}\ rad$

(d) せん断に対する許容応力が引張りの 1/2 となるとした場合，この丸棒に加えることのできる最大のねじりモーメントはいくらか．

題意から許容せん断応力は $\tau_a = \frac{1}{2}\sigma_a$ , $T_{max} = \tau_a \cdot Z_p = \tau_a \cdot \frac{\pi\,d^3}{16}$

$$\therefore \quad T_{max} = \frac{1}{2} \times 170 \times \frac{\pi\,15^3}{16} = 5.632 \times 10^4 N \cdot mm = 5.632 \times 10^1 N \cdot m$$

$\boxed{5.63 \times 10^1}\ N \cdot m$

2. 出力 $5KW$ ，回転数 $1500rpm$ のモータによって駆動される長さ $1m$ の中空丸軸がある．内外径比 $d_i/d_o = 0.8$ としたとき，外径 $d_o(mm)$ をいくら以上にすればよいか．ただし，使用する材料のせん断弾性定数は $G = 81GPa$ ，また許容せん断応力は $\tau_a = 50MPa$ であり，軸のねじれ角 $\phi$ を 1 度以下にするものとする．(20 点)

トルク $T$（N·mm）, 回転数 $n$ (rpm）, 仕事率 $H$ (W）, 内外径比 $k$ とすると

$$T = \frac{60 \cdot 1000 \cdot H}{2\pi n} \quad , \quad \tau_{max} = \frac{T}{Z_p} \quad , \quad Z_p = \frac{\pi\,d_o^3\,(1-k^4)}{16}$$

最大応力が許容応力以下になるためには

$$\tau_a > \tau_{max} = \frac{60 \cdot 1000 \cdot H}{2\pi n} \cdot \frac{16}{\pi\,d_o^3\,(1-k^4)} = \frac{4.8 \times 10^5\,H}{\pi^2\,n\,d_o^3\,(1-k^4)}$$

$$\therefore \quad d_o > \sqrt[3]{\frac{4.8 \times 10^5\,H}{\pi^2\,n\,\tau_a\,(1-k^4)}} = \sqrt[3]{\frac{4.8 \times 10^5 \times 5000}{\pi^2 \times 1500 \times 50 \times (1-0.8^4)}} = 1.764 \times 10^1 mm$$

一方，ねじれ角は

$$\phi = \frac{T\,L}{G\,I_p} \quad , \quad I_p = \frac{\pi\,d_o^4\,(1-k^4)}{32}$$

ねじれ角が $1°$ 以下になるためには

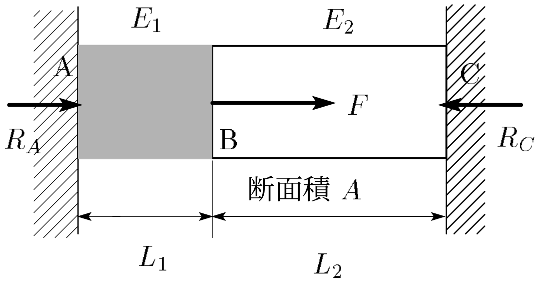
$$\phi_a > \phi = \frac{60 \cdot 1000 \cdot H\,L}{2\pi n\,G}\frac{32}{\pi\,d_o^4\,(1-k^4)} = \frac{9.6 \times 10^5\,H\,L}{\pi^2\,n\,G\,d_o^4\,(1-k^4)} \quad , \quad \phi_a = 1° = \frac{\pi}{180}\,rad$$

$$\therefore \quad d_o > \sqrt[4]{\frac{9.6 \times 10^5\,H\,L}{\pi^2\,n\,G\,\phi_a\,(1-k^4)}} = \sqrt[4]{\frac{9.6 \times 10^5 \times 5000 \times 1000}{\pi^2 \times 1500 \times 81 \times 1000 \times \frac{\pi}{180} \times (1-0.8^4)}} = 2.496 \times 10^1\,mm$$

したがって最大応力，ねじれ角の条件を共に満たすためには $d$ は $2.50mm$ 以上でなければならない．

$\boxed{2.50 \times 10^1}\ mm$

番号 ____ 氏 名 ____

3. 


両端固定された丸棒に図のように荷重 $F = 4KN$ が加わっている．この部材は2種類の材料を接合して作られており，AB 間の Young 率は $E_1 = 200GPa$ ，BC 間の Young 率は $E_2 = 100GPa$ である．
$L_1 = 100mm$，$L_2 = 150mm$，断面積 $A = 200mm^2$ として以下の問いに答えよ.（10 点 × 3 = 30 点）

(a) 図の向きに反力 $R_A$ ， $R_C$ を受けるものとして，AB 間，BC 間の応力 $\sigma_1$ ， $\sigma_2$ をそれぞれ求めよ．

力のつり合い： $\sigma_2 = -\frac{R_C}{A}$ ， $\sigma_1 = \frac{F-R_C}{A}$

応力 − ひずみ関係： $\varepsilon_2 = \frac{\sigma_2}{E_2} = -\frac{R_C}{AE_2}$ ， $\varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E_1} = \frac{F-R_C}{AE_1}$

幾何学的関係： $\Delta L_2 = \varepsilon_2 \cdot L_2$ ， $\Delta L_1 = \varepsilon_1 \cdot L_1$

$\Delta L_1 + \Delta L_2 = 0$

これらより，

$$\frac{F-R_C}{AE_1} \cdot L_1 - \frac{R_C}{AE_2} \cdot L_2 = 0$$

$$\therefore \quad R_C \cdot \left(\frac{L_1}{E_1} + \frac{L_2}{E_2}\right) = F \cdot \frac{L_1}{E_1} \quad , \quad R_C = \frac{F}{1 + \frac{L2\, E_1}{L_1\, E_2}} = \frac{4000}{1 + \frac{150 \cdot 200 \cdot 1000}{100 \cdot 100 \cdot 1000}} = \frac{4000}{4} = 1000N$$

$$\sigma_2 = -\frac{1000}{200} = -5 \quad , \quad \sigma_1 = \frac{4000-1000}{200} = 15$$

AB 間の応力 $\sigma_1$ $\boxed{1.50 \times 10^1}$ $MPa$ , BC 間の応力 $\sigma_2$ $\boxed{-5.00 \times 10^0}$ $MPa$

(b) 点 B の変位を求めよ．
上の解答から

$$\Delta L_1 = \varepsilon_1 \cdot L_1 = \frac{\sigma_1}{E_1} \cdot L_1 = \frac{15}{200 \times 1000} \cdot 100 = 7.50 \times 10^{-3}\ mm$$

B 点の変位 $\boxed{7.50 \times 10^{-3}}$ $mm$

4. 次の文中の $\boxed{\phantom{x}}$ に適切な語句を記入せよ.（20 点）

引張り試験で荷重を増大させると，初めは応力とひずみが比例関係にある．この関係が成立する限度を $\boxed{\text{比例限度}}$ という．さらに荷重を増大させると除荷しても元に戻らない状態となるが，この限度を $\boxed{\text{弾性限度}}$ という．除荷しても残る変形は $\boxed{\text{塑性変形}}$ と呼ばれ，これが殆ど生じずに破断する材料を $\boxed{\text{脆性材料}}$，大きく生じた後に破断する材料は $\boxed{\text{延性材料}}$ という．破断に至るまでの最大応力は $\boxed{\text{引張強さ}}$ という．

温度変化によって生じる膨張や収縮によるひずみを $\boxed{\text{熱膨張ひずみ}}$ とよび，これによって物体内部に生じる応力を $\boxed{\text{熱応力}}$ という．

機械や構造物が安全に使用されるためには，材料に生じる応力が安全な範囲内にあることが要求される．この許しうる最大応力を $\boxed{\text{許容応力}}$ と呼び，基準応力を $\boxed{\text{安全率}}$ で割った値として定義される．

5. 講義の感想，コメントなど自由に（採点には無関係！）