整理番号
5

2025 年度 10 月・2026 年度 4 月入学　東京農工大学大学院工学府博士前期課程

問　題　用　紙　　専門科目

（化学物理工学専攻）

受験番号	MC−

注 意 事 項　（試験開始前に必ず読むこと）

1．試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。
2．問題は，大問$\boxed{1}$から大問$\boxed{7}$まで合計７問ある。
3．大問$\boxed{1}$は必ず解答し，大問$\boxed{2}$から大問$\boxed{7}$までの６問中から３つの大問を選択して，合計４つの大問を解答すること。
4．解答には，問題用紙に記された大問番号に対応した所定の解答用紙を使用すること。問題用紙や下書用紙への記入は採点対象にはなりません。
5．選択した３つの大問以外の解答用紙には左上隅から右下隅，および，右上隅から左下隅まで直線を引き（大きな×印を描き），採点対象としないことを明示しておくこと。
6．大問$\boxed{2}$から大問$\boxed{7}$のうち，４問以上の大問を解答して提出した場合，大問番号が小さい順に，３問を採点対象とする。
7．問題用紙（13 枚），解答用紙（13 枚），および下書用紙（7 枚）の針金とじは，はずしてはいけません。
8．試験開始の指示の後，問題用紙，解答用紙，下書用紙の全てのページの所定欄に受験番号を記入すること。
9．解答欄が足りない場合，解答用紙の裏面を使用しても良い。
10．関数電卓・直線定規は使用しても良い。
11．問題用紙，解答用紙，および下書用紙は全て試験終了後に回収する。持ち帰ってはいけません。

1

次の問い〔1〕と〔2〕に答えよ。ただし，答えを導く過程も簡素に記述しなさい。

〔1〕物質量 n の van der Waals 気体について，閉鎖系の可逆過程を考える。気体は一定温度 T_0 で体積 V_1 から V_2 に膨張したとする。問い（1）から（3）に答えよ。van der Waals 気体の状態方程式は 式 (1-1) で与えられる。ここで定数 a と b は van der Waals パラメータ，p は圧力，V は体積，T は絶対温度，R は気体定数である。また，内部エネルギーは U，エントロピーは S とする。

$$p = \frac{nRT}{V - nb} - a\frac{n^2}{V^2} \qquad (1\text{-}1)$$

（1）式 (1-2)の熱力学基本式を用いて，式 (1-3)の関係式を導け。

$$\mathrm{d}U = T\mathrm{d}S - p\mathrm{d}V \qquad (1\text{-}2)$$

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = T\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T - p \qquad (1\text{-}3)$$

（2）この気体が膨張した際の内部エネルギーの変化量 ΔU を，式 (1-3)に Maxwell の関係式を適用することで求めよ。

（3）この気体が膨張した際のエントロピーの変化量 ΔS を求めよ。

〔2〕ある絶対温度 T で気相と液相とが平衡であるときの圧力は，蒸気圧 P として表現される。そしてこの蒸気圧の温度依存性は式 (1-4)で与えられる。ここで $\Delta_{\mathrm{vap}}H$ はモル蒸発エンタルピー，$V_\mathrm{m}(\mathrm{g})$は気相のモル体積，$V_\mathrm{m}(\mathrm{l})$は液相のモル体積である。問い（1）と（2）に答えよ。なお，気相は完全気体（理想気体）の状態方程式に従うとする。

$$\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}T} = \frac{\Delta_{\mathrm{vap}}H}{T\left(V_\mathrm{m}(\mathrm{g}) - V_\mathrm{m}(\mathrm{l})\right)} \qquad (1\text{-}4)$$

（1）$V_\mathrm{m}(\mathrm{g})$が $V_\mathrm{m}(\mathrm{l})$に比較して十分大きく，また，$\Delta_{\mathrm{vap}}H$ が温度に依存しない定数であるとき，$\ln(P_2/P_1)$ を $\Delta_{\mathrm{vap}}H$，気体定数 R，T_1，T_2 を用いて表せ。ただし，P_1，P_2 はそれぞれ絶対温度 T_1，T_2 での蒸気圧である。

（2）圧力 101.3 kPa におけるベンゼンの沸点は 80.1 ℃であり，この温度でのモル蒸発エンタルピーは 30.8 kJ/mol である。（1）で求めた関係式を利用し，圧力 13.3 kPa におけるベンゼンの沸点は何 ℃になるかを，小数点以下 1 桁で求めよ。ただし，R は 8.31 J/(mol·K) とせよ。

2

〔1〕図２－１のように，半径 a の球の内部に一様に，正の電荷が密度 2ρ（$\rho>0$）で分布している．この球の内部に，負の電荷を帯びた粒子（質量 m，電荷 $-e$，$e>0$）を，球の中心Ｏ以外であり，Ｏから距離 A（$<a$）の位置に外力を加えて静かに置いた．さらに，時刻 $t=0$ でこの外力を０にした．以下の問いに答えよ．ただし，粒子によって球の内部に分布する電荷の密度と位置は変わらないこと，正の電荷と粒子との摩擦は無視できることとする．

（１）Ｏを中心に半径 r（ただし，$r\leqq a$）の球内に存在する電荷 Q を求めよ．

（２）ガウスの法則を用い，Ｏから距離 r の位置での電場の大きさ $E(r)$ を求めよ．また，電場の向きは r 方向でＯに向くか，または，Ｏから外に向くかを選んで答えよ．

（３）時刻 t における粒子の位置の r 方向成分を $r(t)$ とし，粒子の運動方程式を立てよ．

（４）運動方程式を解いて $r(t)$ を求め，粒子はどのように運動するかを説明せよ．

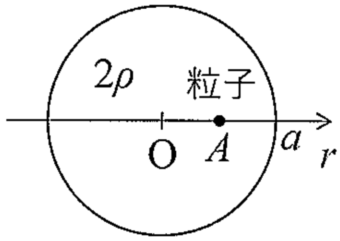


図２－１

〔２〕電磁波の伝搬について考える．以下の問いに答えよ．ここで，電場 $\boldsymbol{E}$，電束密度 $\boldsymbol{D}$，磁場 $\boldsymbol{H}$，磁束密度 $\boldsymbol{B}$，電流密度 $\boldsymbol{J}$，電荷密度 ρ，真空の誘電率 ε_0，真空の透磁率 μ_0 とする．

（１）Maxwell方程式を満たすよう，以下の空欄（ア）から（エ）を埋めよ．

$$\nabla\times\boldsymbol{E} = \boxed{\quad（ア）\quad}$$

$$\nabla\times\boldsymbol{H} = \boxed{\quad（イ）\quad}$$

$$\nabla\cdot\boldsymbol{D} = \boxed{\quad（ウ）\quad}$$

$$\nabla\cdot\boldsymbol{B} = \boxed{\quad（エ）\quad}$$

（２）真空中を伝搬する電磁波について考える．以下の波動方程式を満たすよう，空欄（オ）を埋めよ．ここで，$\nabla\times(\nabla\times\boldsymbol{E})=\nabla(\nabla\cdot\boldsymbol{E})-\nabla^2\boldsymbol{E}$ を用いてよい．また，$\boldsymbol{J}=0$，$\rho=0$ とせよ．

$$\nabla^2\boldsymbol{E} = \boxed{\quad（オ）\quad}\ \frac{\partial^2\boldsymbol{E}}{\partial t^2}$$

（３）この波動方程式の解の一つは x 方向正の向きに進む正弦波 $E(x,t)=A\ \sin(kx-\omega t)$ である．この正弦波が問い〔２〕の（２）で示した波動方程式を満たす k の条件を求めよ．

（４）この正弦波が伝搬する速さ v を求めよ．

受験番号	MC－

3

大問3の問題用紙２枚のうち１

以下の〔１〕、〔２〕の問いに答えよ。解答用紙は２枚用いてよい。

〔１〕図 3-1 のように、長さ L の円筒状の固体（斜線部）内で熱が熱伝導のみにより定常的に半径方向のみに輸送されている場合を考える。管の内半径を R_1、外半径を R_2 とする。内面の温度を T_1、外面の温度を T_2 で一定とする。ただし、$T_1 > T_2$ とする。固体の熱伝導率を k（一定）とする。図のように半径方向に r 軸をとる。r 軸方向の熱流束を q とすると、ここでは熱伝導のフーリエの法則は　$q = -k\frac{dT}{dr}$　と書ける。このとき以下の問いに答えよ。答えを導く過程も記述せよ。

（１）図 3-1 のように内半径 r、厚さ Δr、長さ L の薄い円筒殻（黒色）における r 軸方向のエネルギー収支（熱収支）から q が満たす微分方程式を記せ。

（２）（１）で得られた q が満たす微分方程式から、T が満たす微分方程式を記せ。

（３）（２）で得られた微分方程式を $r = R_1$ で $T = T_1$、$r = R_2$ で $T = T_2$ の境界条件を用いて解くと、以下の解が得られる。$\boxed{ア}$、$\boxed{イ}$、$\boxed{ウ}$に当てはまる式を R_1、R_2、r から必要なものを用いて表せ。

$$T = \frac{\boxed{イ}T_2 - \boxed{ウ}T_1}{\boxed{ア}}$$

（４）q を k、L、R_1、R_2、T_1、T_2、r から必要なものを用いて表せ。

（５）（４）で求めた式を用いて、$r = R_1$ での全伝熱量 Q_1 と $r = R_2$ での全伝熱量 Q_2 をそれぞれ k、L、R_1、R_2、T_1、T_2、r から必要なものを用いて表せ。なお、全伝熱量 Q は熱流束 q と全伝熱面積の積である。

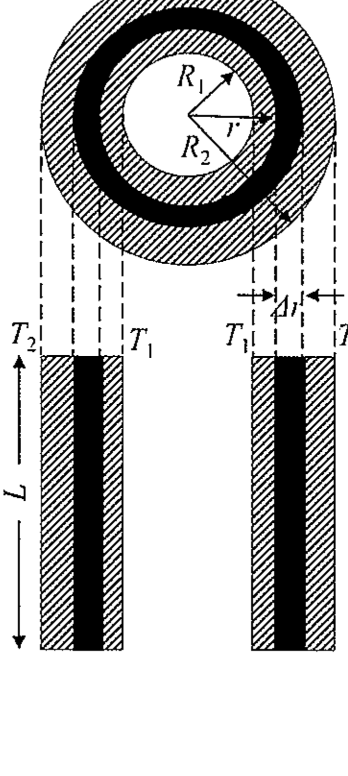


図 3-1：円筒状の固体（斜線部）内での熱伝導。黒色部はエネルギー収支をとる円筒殻を表している。

3　大問3の問題用紙2枚のうち2

〔2〕図 3-2 に示す、内半径 R、長さ L の水平に置かれた円管内を x 軸の正方向に流れる層流を考える。上流の断面の円の中心を原点とし、半径方向に r 軸をとる。また周方向に θ 軸をとる。このとき、x 方向の速度 v_x は θ には依存せず、r の関数として以下の式で表される。ここで、p_0、p_L はそれぞれ上流面($x = 0$)、下流面($x = L$)の圧力、μ は流体の粘度である。また、断面平均流速を$\langle v_x \rangle$、流体の密度を ρ とする。このとき以下の問いに答えよ。答えを導く過程も記述せよ。

$$v_x = \frac{(p_0 - p_L)R^2}{4\mu L}\left\{1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2\right\}$$

（1）　体積流量を x 方向の断面積で除することで$\langle v_x \rangle$を求めよ。

（2）　この円管内の層流の摩擦係数 f は以下の式で表される。これを利用して、f をレイノルズ数 Re を用いて表せ。

$$f = \frac{1}{2}\frac{R}{L}\frac{(p_0 - p_L)}{\frac{1}{2}\rho\langle v_x\rangle^2}$$

（3）　内半径 $R = 5.0$ mm、長さ $L = 5.0$ m の円管内を 20 °C の硫酸（$\mu = 0.027$ Pa·s、$\rho = 1834$ kg/m^3）が流れている。流量 $Q = 3.5$ L/min であるとき、流れが層流であることを示せ。また、圧力降下$p_0 - p_L$の値を単位を付して有効数字 2 桁で求めよ。

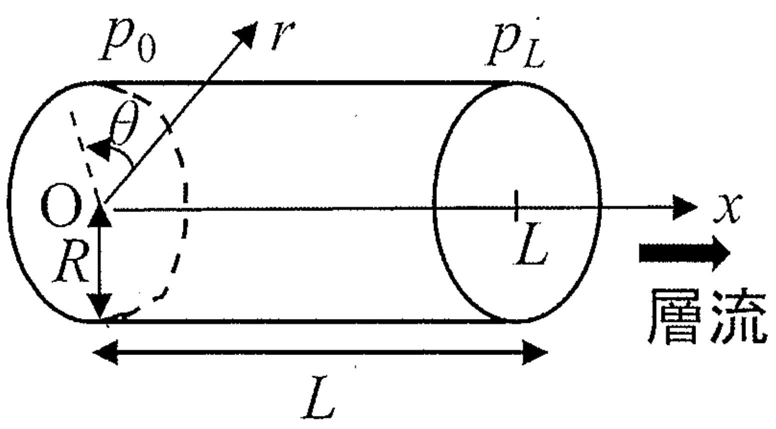


図 3-2：水平な円管内の層流流れ

4

大問4の問題用紙２枚のうち１

質点の一次元並進運動と、与えられた回転軸の回りの剛体の回転運動との間には次の表のような対応関係がある。

表４－１. 並進運動と回転運動の対応

並進運動	回転運動
質量：m	慣性モーメント：I
位置：x	回転角：θ
速度：$v = \mathrm{d}x/\mathrm{d}t$	角速度：$\omega = \mathrm{d}\theta/\mathrm{d}t$
運動量：$p = mv$	角運動量：$L = I\omega$
外力：F	力のモーメント：T

並進運動と回転運動がともに量子的なスケールである時、下記の問いに答えよ。ただし外力および力のモーメントは０であるとする（自由場）。なお、ディラック定数としては$\hbar$を用い、量子力学的ハミルトニアンは並進運動に対して$\hat{H}$、回転運動に対して$\hat{H}_{\mathrm{R}}$を用いる。他の必要な文字は適切に定義して用いること。ただし物理量を演算子として扱う場合にはハット（$\hat{}$）をつけ、それ以外の場合にはハットをつけず区別せよ。また固有波動関数は空間部分を用いることとし、規格化する必要はない。

〔１〕 一次元並進運動においてはハミルトニアン$\hat{H}$に対して位置演算子$\hat{x}$は同時固有波動関数をもたず、運動量演算子$\hat{p}$は同時固有波動関数を持つことを、正準交換関係$[\hat{x}, \hat{p}] = \mathrm{i}\hbar$を利用して示せ。

〔２〕 一次元並進運動の場合、運動量演算子$\hat{p}$の固有状態について固有波動関数$\psi(x)$を示し、$\hat{p}$についての固有方程式を満たすことを示せ。ただし$\hat{p}$の固有値をpとする。なお、運動量演算子が波動関数に作用するときは微分演算子$\frac{\hbar}{\mathrm{i}}\frac{\partial}{\partial x}$として作用する。

〔３〕 問い〔２〕の固有波動関数$\psi(x)$に対するエネルギー固有値を求めよ。求める過程も示すこと。

〔４〕 並進運動における位置演算子$\hat{x}$、運動量演算子$\hat{p}$はそれぞれ回転運動における回転角演算子$\hat{\theta}$、角運動量演算子$\hat{L}$に対応している。回転運動において、回転角演算子と角運動量演算子の間に並進運動と同様の正準交換関係$[\hat{\theta}, \hat{L}] = \mathrm{i}\hbar$が成り立つと仮定して、回転運動に対するハミルトニアン$\hat{H}_{\mathrm{R}}$を微分演算子の形式で求めよ。

4　大問4の問題用紙２枚のうち２

〔５〕 角運動量演算子$\hat{L}$の固有状態に対する固有波動関数$\phi(\theta)$およびエネルギー固有値を示せ。ただし$\hat{L}$の固有値をLとする。求める過程も示すこと。

〔６〕 回転運動は一次元並進運動と異なり、2πだけ異なる回転角は元の角度と同じ角度を表す。このことから生じる角運動量演算子の固有値Lに対する制限を示せ。求める過程も示すこと。

〔７〕 回転運動をする剛体の具体例として図４−1 に示すような Z 軸を中心に、XY平面内で運動する質量の無視できる長さRの棒で回転軸に繋がれた質量Mの質点を考える。質点の位置を(X, Y)、運動量を(P_X, P_Y)とする。質点の回転角が$\theta = 0$ radから$\theta = \pi$ radまで変化する間に質点は$X = R$から$X = -R$まで移動する。このとき運動量のX成分であるP_XのXに対する積分、$\int_R^{-R} P_X \, \mathrm{d}X$を求めよ。問い〔６〕の$L$に対する制限および質点の運動量と角運動量の関係を考慮せよ。

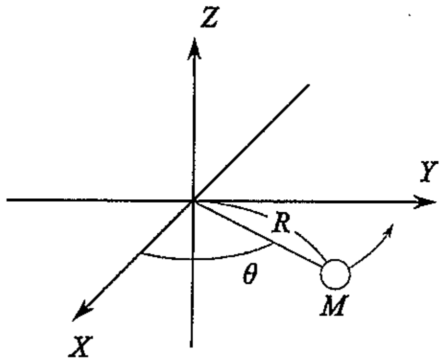


図 ４−１

受験番号	MC－

5

回分反応器を用いて液相反応（A→2B）により，成分 A から成分 B を製造することを考える。反応器内の温度および液相の体積 V_1 [m^3]は一定であるとする。反応速度 r [mol s^{-1} m^{-3}]は反応速度定数 k [s^{-1}] と成分 A の濃度 C_A [mol m^{-3}]を用いて $r = k\,C_A$ と表されるとする。反応時間を t [s]とする。以下の問いに答えよ。

〔1〕成分 A の物質量 n_A [mol]の変化速度を表す微分方程式を n_A, r, V_1, t を用いて表せ。

〔2〕〔1〕の微分方程式を解き，成分 A の反応率 x_A [–]の経時変化を表す式を k, t および必要があれば問題文中の記号を用いて表せ。答えを導く過程も記述せよ。

上と同様の反応を，半回分反応器を用いて行うことを考える。反応開始時の反応器内の液相体積は $V_{2,0}$ [m^3]，成分 A と B の物質量はそれぞれ $n_{A,0}$ [mol]と $n_{B,0}$ [mol]とする。そして，成分 A を濃度 $C_{A,in}$ [mol m^{-3}]で含む原料を体積流量 v_{in} [m^3 s^{-1}]で供給する。$C_{A,in}$, v_{in}, 反応器内温度は時間によらず一定であるとする。液体の混合体積変化はないものとする。

〔3〕反応時間 t において，反応器内の液相の体積 V_2 [m^3]，成分 A の物質量 n_A および成分 B の物質量 n_B [mol]のそれぞれに対して変化速度を表す微分方程式を示せ。

〔4〕〔3〕の微分方程式を解き， n_A の経時変化を表す式を k, t および必要があれば問題文中の記号を用いて表せ。答えを導く過程も記述せよ。

〔5〕発熱反応を行う場合，回分反応器と半回分反応器のどちらを利用すると温度制御しやすいか，理由とともに 50 から 100 文字で答えよ。

受験番号	MC－

6　大問6の問題用紙 2 枚のうち 1

空間に固定されていて互いに区別ができる N 個（ただし $N \gg 1$）の粒子からなる系を，次に示す分布に従う系として取り扱う。ただし，ボルツマン定数を k_B，e を底にした自然対数を log で表す。

〔1〕この系を外界との間にエネルギーの出入りも粒子の出入りもない孤立系（ミクロカノニカル分布）として扱う。各々の粒子は $-\varepsilon$, $+\varepsilon$（ただし $\varepsilon > 0$）の２つのエネルギー状態のみをとり，$+\varepsilon$ のエネルギー状態にある粒子の個数を N_+，$-\varepsilon$ のエネルギー状態にある粒子の個数を N_- とし，その差を $M = N_+ - N_-$ とする。以下の問いに指定された文字と数字を用いて答えよ。

(1)　系のエネルギー E を N, M, ε, k_B の中から必要な文字を用いて表せ。

(2)　系の状態の総数（多重度関数）

$$g(N, M) = \frac{N!}{N_+!\,N_-!}$$

を N, M を用いて表せ。

(3)　系のエントロピー $S(N, M)$ をスターリングの近似 $\log x! = x \log x - x$（ただし $x \gg 1$）を用いて計算し，N, M, ε, k_B の中から必要な文字を用いて表せ。

(4)　系の絶対温度 T は $S(N, M)$ を用いて

$$\frac{1}{T} = \frac{\partial S(N, M)}{\partial E}$$

と定義されるが，統計力学的要請から $1/T > 0\ (T > 0)$ でなければならない。$1/T > 0$ となるための M の条件を求めよ。

(5)　(4) で求めた条件を満たす系における粒子の状態を考える。以下の(a)(b) の温度での N_+, N_-, E, $S(N, M)$ を N, ε, k_B の中から必要な文字を用いて表せ。

(a) $T \to 0$

(b) $T \to \infty$

6　大問6の問題用紙2枚のうち2

〔2〕この系を外界との間で粒子の出入りはないがエネルギーの出入りはある系（カノニカル分布）として扱う。すなわち，系は絶対温度 T の熱浴と接しており，この系の性質を示す物理量は T の関数として扱うことができる。ここでは，磁気モーメント $+m$ または $-m$（ただし $m>0$）をもつスピン 1/2 の粒子が一定磁場 B の中にあり，各々の粒子は $-mB$，$+mB$ の２つのエネルギー状態のみをとる場合を考える。磁気モーメント間の相互作用は無視できるものとして，以下の問いに N, m, B, k_B, T の中から必要な文字と数字を用いて答えよ。

(1) 系の分配関数 Z_N を表せ。

(2) 系のヘルムホルツ自由エネルギー $F(T)$ を表せ。

(3) 系のエントロピー $S(T)$ を表せ。

(4) 系の内部エネルギー $U(T)$ を表せ。

(5) (4) の結果から $U(T)/NmB$ の $k_\mathrm{B}T/mB$ 依存性は図６－１のようになる。これをもとに，系の定積熱容量 $C_V(T)$ について，$C_V(T)/Nk_\mathrm{B}$ の $k_\mathrm{B}T/mB$ 依存性を示すグラフを (a) (b) (c) の中から選べ。

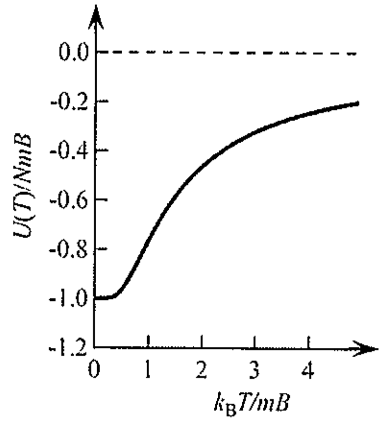
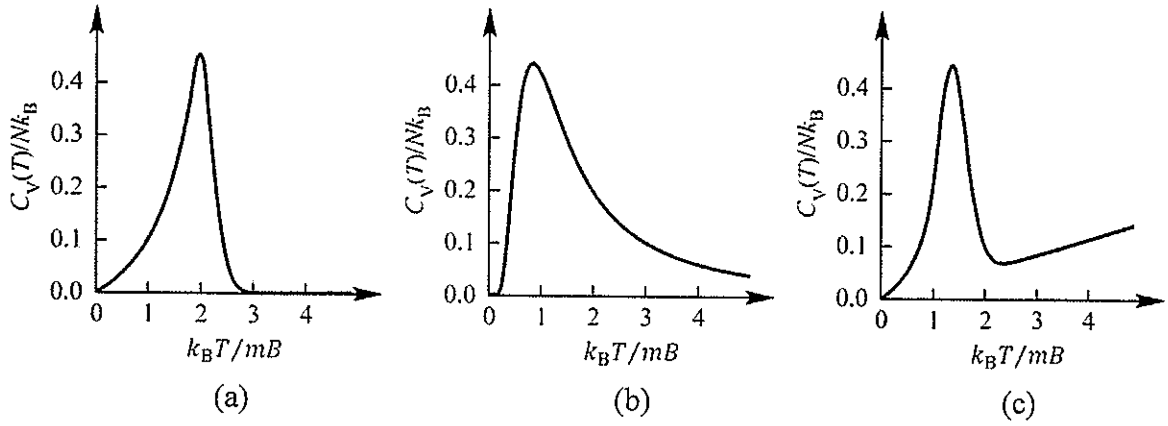


図６－１



7

大問7の問題用紙 3 枚のうち 1

次の〔1〕，〔2〕の問いについて，答えなさい。

〔1〕溶媒Aと溶媒Bの混合溶液①を単蒸留する。蒸留前の混合溶液①の総物質量は F [mol]，溶媒 A のモル分率は x_F [–]である。溶媒 A と溶媒 B の気液平衡は，図 7-1 左に示すとおりである。液相，気相それぞれでの溶媒 A のモル分率は x [–]，y [–]である。また，この気液平衡を基にして求めた $1/(y-x)$ と x の関係が図 7-1 右である。以下の問いに答えなさい。

(1) 所定時間単蒸留した後の缶液（釜残液）の総物質量が W [mol]で溶媒 A のモル分率が x_W [–]であるとき，留出液の総物質量 D [mol]とその内の溶媒 A のモル分率 x_D [–]をそれぞれ F，W，x_F，x_W の中から必要な変数を用いて表しなさい。答えを導く過程も記述しなさい。

(2) ある時間 t での缶液の総物質量を R [mol]，その内の溶媒 A のモル分率を x とする。この状態から，わずかに蒸気が生成して缶液の総物質量，および溶媒 A のモル分率がそれぞれ微小量 $\mathrm{d}R\,(>0)$ [mol]，および $\mathrm{d}x\,(>0)$ [–]だけ減少した。このとき，缶液内で減少した溶媒 A の物質量を R，x，$\mathrm{d}R$，$\mathrm{d}x$ の中から適切な変数を用いて表しなさい。ただし，$\mathrm{d}R$ と $\mathrm{d}x$ の積はゼロであると見なしてよい。

(3) 問題(2)の缶液の蒸発が起こる前後で，缶液と平衡状態にある混合蒸気中の溶媒Aのモル分率が y で一定であるとみなすと，蒸発により増加する蒸気中の溶媒 A の物質量は $y\mathrm{d}R$ [mol]である。これと問題(2)で求めた物質量との関係を利用し，問題(1)の条件における $\ln(W/F)$ をモル分率 x_F, x_W, x, y の中から適切な変数を用いた積分で表しなさい。ただし，積分区間を明記すること。答えを導く過程も記述しなさい。

(4) $F = 1.0\times10^2$ mol，$x_F = 0.30$ の混合溶液を原料として用いて，缶液内の溶媒 A のモル分率が 0.20 になるまで単蒸留した。このとき得られた留出液の総物質量 [mol]と留出液中の溶媒 A のモル分率 x_D をそれぞれ有効数字一桁で求めなさい。答えを求める過程で図 7-1 を用いる場合は，近似的な読み取りでよい。答えを導く過程も記述しなさい。

7

大問7の問題用紙 3 枚のうち 2

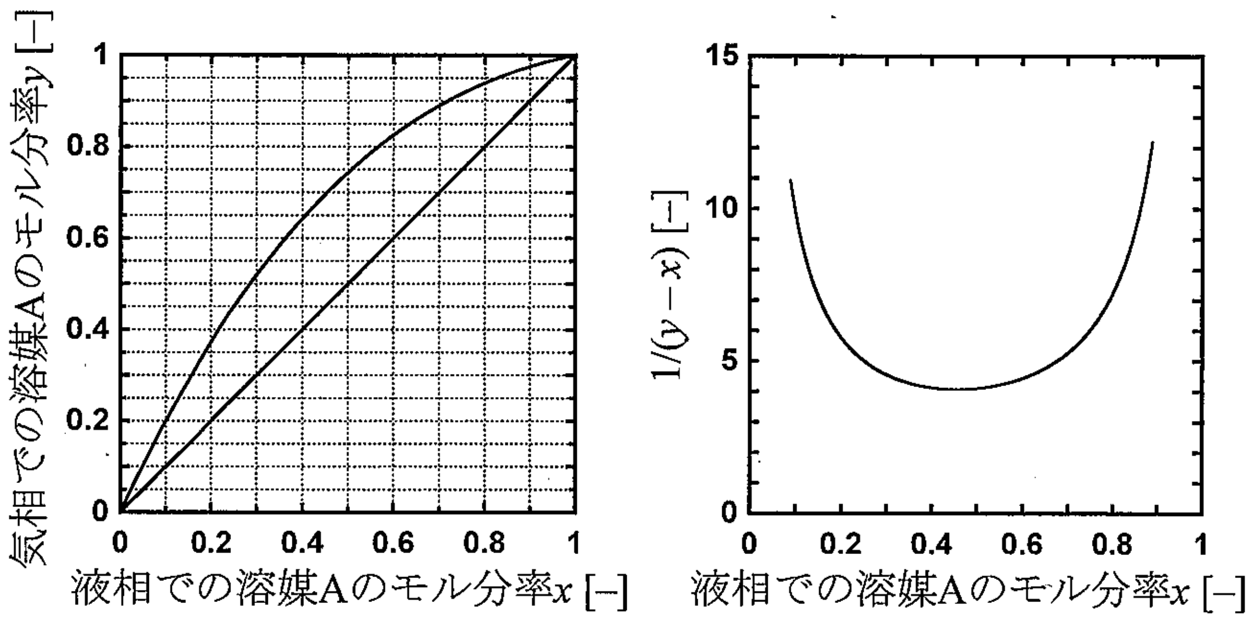


図 7-1 (左)溶媒 A-溶媒 B 系の気液平衡と(右)気液平衡を基にした $1/(y-x)$ と x の関係

7　大問7の問題用紙3枚のうち3

〔2〕成分Aが液体Bに溶けている質量M_F [kg]の原料溶液（成分Aの質量分率x_Fは0.40）に溶剤Cを添加しよく撹拌してから静置したところ，抽出相Eと抽残相Rを得た。この液液抽出の結果を，図7-2の三角線図上に示す。以下の問いに答えなさい。

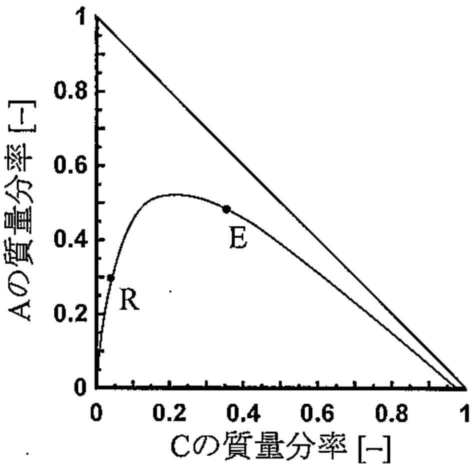


図7-2　液液抽出の三角線図（点EとRは問題文中の抽出相と抽残相に対応している）

(1)　抽出相E内の成分Aの質量分率x_Eと，液体Bの質量分率x_{EB}のそれぞれを有効数字二桁で求めなさい。

(2)　液液抽出に用いた溶剤Cの質量M_C [kg]をM_Fを用いて表しなさい。また，抽出相Eと抽残相Rの質量M_E [kg]とM_R [kg]のそれぞれをM_Fを用いて表しなさい。M_Fにかかる係数は有効数字二桁で示すこと。解答用紙の三角線図に作図をして，答えを導く過程も記述しなさい。

(3)　成分Aの質量分率x_Fが0.65である質量M_Fの原料溶液（液体Bとの混合溶液）に，問題(2)で求めた質量M_Cの溶剤Cを加えて，成分Aを液液抽出することは可能か。解答用紙の三角線図に作図して，理由とともに答えなさい。

解答例

整理番号
5

2025 年度 10 月・2026 年度 4 月入学　東京農工大学大学院工学府博士前期課程

解　答　用　紙

試験科目	専　攻	受験番号	評　点
専門科目	化学物理工学専攻	MC－	

1

〔1〕

(1)　内部エネルギーの全微分 dU は $dU = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T dV$ $\cdots$①

また，エントロピーの全微分 dS は $dS = \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_V dT + \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T dV$ $\cdots$②

式 (1-2)に式②を代入すると $dU = T\left(\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_V dT + \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T dV\right) - pdV$

$dU = T\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_V dT + \left(T\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T - p\right) dV$ $\cdots$③

①と③および一定温度での膨張であることから，$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = T\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T - p$ を導ける。

(別解) 式 (1-2)を，T を一定にして V で偏微分する考えでも式 (1-3)を導ける。

(2) Maxwell の関係式 $\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V$ を用いると，

$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V - p = T\frac{nR}{V-nb} - p = a\frac{n^2}{V^2}$

よって，$\Delta U = \int_{V_1}^{V_2}\left(a\frac{n^2}{V^2}\right)dV = -n^2 a\left(\frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_1}\right)$ $\cdots$ 答え

(3) ②および一定温度での膨張であることから，

$\Delta S = \int_{V_1}^{V_2}\left(\frac{nR}{V-nb}\right)dV = nR\ \ln\left(\frac{V_2-nb}{V_1-nb}\right)$ $\cdots$ 答え

〔2〕

(1) $\frac{dP}{dT} = \frac{\Delta_{\mathrm{vap}}H}{T(V_m(\mathrm{g})-V_m(\mathrm{l}))} \approx \frac{\Delta_{\mathrm{vap}}H}{T(RT/p)} = \frac{p\cdot\Delta_{\mathrm{vap}}H}{T(RT)}$

$\frac{dP}{P} = \left(\frac{\Delta_{\mathrm{vap}}H}{R}\right)\cdot\frac{dT}{T^2}$　　積分すると　$\int_{P_1}^{P_2}\frac{dP}{P} = \left(\frac{\Delta_{\mathrm{vap}}H}{R}\right)\cdot\int_{T_1}^{T_2}\frac{dT}{T^2}$

$\ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right) = \frac{\Delta_{\mathrm{vap}}H}{R}\cdot\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right)$　$\cdots$ 答え

(2) $\ln\left(\frac{13.3}{101.3}\right) = \frac{30.8\times10^3}{8.31}\cdot\left(\frac{1}{273.15+80.1} - \frac{1}{T_2}\right)$　　$T_2 = 295.98\ \mathrm{K} = 22.8\ ℃$　$\cdots$ 答え

解答例

整理番号
5

2025 年度 10 月・2026 年度 4 月入学　東京農工大学大学院工学府博士前期課程

解　答　用　紙

試験科目	専　攻	受験番号	評　点
専門科目	化学物理工学専攻	MC−	

13 枚のうち 2

選択した３つの大問以外の解答用紙には大きな×印を描き，採点対象としないことを明示しておくこと。

2

〔１〕

（１）　$Q = \boxed{\dfrac{8\pi\rho r^3}{3}}$

（２）　電場の大きさ：　$E(r) = \boxed{\dfrac{2\rho r}{3\varepsilon_0}}$

電場の向き：　r 方向で $\boxed{O\text{から外}}$ に向く方向

（３）　$m\dfrac{\mathrm{d}^2 r(t)}{\mathrm{d}t^2} = -\dfrac{2e\rho r(t)}{3\varepsilon_0}$

（４）

$r(t) = A\cos\left(\sqrt{\dfrac{2e\rho}{3\varepsilon_0 m}}\,t\right)$

どのように運動するか

電子は O の周りを 周期$2\pi\sqrt{\dfrac{3\varepsilon_0 m}{2e\rho}}$ で 単振動をする．

〔２〕

（１）　（ア）$\boxed{-\dfrac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}}$　（イ）$\boxed{\boldsymbol{J} + \dfrac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t}}$

（ウ）$\boxed{\rho}$　（エ）$\boxed{0}$

（２）　（オ）$\boxed{\varepsilon_0\mu_0}$

（３）　$k = \boxed{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}\,\omega}$

（４）　$v = \boxed{\dfrac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}}$

解答例

整理番号
5

2025年度10月・2026年度4月入学　東京農工大学大学院工学府博士前期課程

解　答　用　紙

試験科目	専　攻	受験番号	評　点
専門科目	化学物理工学専攻	MC−	

13枚のうち3

選択した３つの大問以外の解答用紙には大きな×印を描き，採点対象としないことを明示しておくこと。

3

大問$\boxed{3}$の解答用紙２枚のうち１

〔１〕

（１）$r=r$ での q を $q|_r$ とする。

熱流入 $2\pi rLq|_r=2\pi L(rq)|_r$　熱流出 $2\pi(r+\Delta r)Lq|_{r+\Delta r}=2\pi L(rq)|_{r+\Delta r}$

熱流入 ＝ 熱流出より

$(rq)|_r=(rq)|_{r+\Delta r}$

したがって、$\frac{(rq)|_{r+\Delta r}-(rq)|_r}{\Delta r}=0$　を得る。

$\Delta r\to 0$ とし、$\frac{d}{dr}(rq)=0$　（答）を得る。

（２）$\frac{d}{dr}\left\{r\left(-k\frac{dT}{dr}\right)\right\}=0$、$\frac{d}{dr}\left(r\frac{dT}{dr}\right)=0$（答）を得る。

（３）（２）より $r\frac{dT}{dr}=C_1$(定数)、

$\frac{dT}{dr}=\frac{C_1}{r}$、

$T=C_1\ln r+C_2$　…①

境界条件　$r=R_1$ で $T=T_1$ を①に代入　$T_1=C_1\ln R_1+C_2$　…②

境界条件　$r=R_2$ で $T=T_2$ を①に代入　$T_2=C_1\ln R_2+C_2$　…③

① − ②　$T_1-T_2=C_1(\ln R_1-\ln R_2)=C_1\ln\frac{R_1}{R_2}$

$C_1=\frac{T_1-T_2}{\ln\frac{R_1}{R_2}}$　…④

④を②へ代入　$T_1=\frac{T_1-T_2}{\ln\frac{R_1}{R_2}}\ln R_1+C_2$、$C_2=T_1-\frac{T_1-T_2}{\ln\frac{R_1}{R_2}}\ln R_1$　…⑤

④、⑤を①へ代入

$T=\frac{T_1-T_2}{\ln\frac{R_1}{R_2}}\ln r+T_1-\frac{T_1-T_2}{\ln\frac{R_1}{R_2}}\ln R_1$、$T=\frac{(-\ln r+\ln R_1)T_2-\left(-\ln r-\ln\frac{R_1}{R_2}+\ln R_1\right)T_1}{\ln\frac{R_1}{R_2}}$、

$T=\frac{(\ln r-\ln R_1)T_2-(\ln r-\ln R_2)T_1}{\ln\frac{R_2}{R_1}}$、$T=\frac{\ln\frac{r}{R_1}T_2-\ln\frac{r}{R_2}T_1}{\ln\frac{R_2}{R_1}}$　を得る。したがって、$\boxed{ア}=\ln\frac{R_2}{R_1}$、$\boxed{イ}=\ln\frac{r}{R_1}$、$\boxed{ウ}=\ln\frac{r}{R_2}$が（答）

（４）$q=-k\frac{dT}{dr}$

$q=-k\frac{d}{dr}\left(\frac{\ln\frac{r}{R_1}T_2-\ln\frac{r}{R_2}T_1}{\ln\frac{R_2}{R_1}}\right)$、$q=-k\frac{1}{\ln\frac{R_2}{R_1}}\left(T_2\frac{1}{r}-T_1\frac{1}{r}\right)$、　$\ln\frac{r}{R_1}=\ln r-\ln R_1$ より$\ln\frac{r}{R_1}$の微分は$\frac{1}{r}$

$q=\frac{k(T_1-T_2)}{\ln\frac{R_2}{R_1}}\frac{1}{r}$　（答）を得る。

解答例

整理番号
5

2025 年度 10 月・2026 年度 4 月入学　東京農工大学大学院工学府博士前期課程

解　答　用　紙

試験科目	専　攻	受験番号	評　点
専門科目	化学物理工学専攻	MC−	

選択した３つの大問以外の解答用紙には大きな×印を描き，採点対象としないことを明示しておくこと。

3　大問3の解答用紙２枚のうち２

（５）$r=R_1$ での全伝熱量 Q_1 は、

$Q_1 = 2\pi R_1 L q|_{r=R_1} = 2\pi R_1 L \frac{k(T_1-T_2)}{\ln\frac{R_2}{R_1}}\frac{1}{R_1} = 2\pi L \frac{k(T_1-T_2)}{\ln\frac{R_2}{R_1}}$、

$r=R_2$ での全伝熱量 Q_2 は、

$Q_2 = 2\pi R_2 L q|_{r=R_2} = 2\pi R_2 L \frac{k(T_1-T_2)}{\ln\frac{R_2}{R_1}}\frac{1}{R_2} = 2\pi L \frac{k(T_1-T_2)}{\ln\frac{R_2}{R_1}}$、

よって$Q_1 = Q_2 = 2\pi L \frac{k(T_1-T_2)}{\ln\frac{R_2}{R_1}}$（答）を得る。

〔２〕

（１）流量を x 方向の断面積で除することで x 方向の断面平均流速が得られる。

$\langle v_x\rangle = \frac{1}{\pi R^2}\int_0^{2\pi}\int_0^R v_x\, r dr d\theta$,

$\langle v_x\rangle = \frac{1}{\pi R^2}2\pi\int_0^R \frac{(p_0-p_L)R^2}{4\mu L}\left\{1-\left(\frac{r}{R}\right)^2\right\} r dr$,　$\langle v_x\rangle = \frac{1}{\pi R^2}2\pi\frac{(p_0-p_L)R^2}{4\mu L}\int_0^R\left(r-\frac{r^3}{R^2}\right)dr$,

$\langle v_x\rangle = \frac{1}{\pi R^2}2\pi\frac{(p_0-p_L)R^2}{4\mu L}\left[\frac{r^2}{2}-\frac{r^4}{4R^2}\right]_0^R$,　$\langle v_x\rangle = \frac{1}{\pi R^2}2\pi\frac{(p_0-p_L)R^2}{4\mu L}\frac{R^2}{4} = \frac{(p_0-p_L)R^2}{8\mu L}$　（答）を得る。

（別解）現象が θ に依存しないので、

$$\langle v_x\rangle = \frac{1}{\pi R^2}\int_0^R v_x\, 2\pi r dr = \text{あと同様に求まる。}$$

（２）$f = \frac{1}{2}\frac{R}{L}\frac{(p_0-p_L)}{\frac{1}{2}\rho\langle v_x\rangle^2}$　…①

（１）より $p_0-p_L = \frac{\langle v_x\rangle 8\mu L}{R^2}$　を f の式に代入、$f = \frac{1}{2}\frac{R}{L}\frac{\langle v_x\rangle 8\mu L}{R^2}\frac{1}{\frac{1}{2}\rho\langle v_x\rangle^2}$,

$f = \frac{8\mu}{R\rho\langle v_x\rangle} = \frac{8\mu}{\frac{D}{2}\rho\langle v_x\rangle} = \frac{16\mu}{D\rho\langle v_x\rangle} = \frac{16}{\mathrm{Re}}$（答）を得る。ただし、円管の D は内直径、$\mathrm{Re} = \frac{D\rho\langle v_x\rangle}{\mu}$

（３）$\langle v_x\rangle = \frac{Q}{\pi R^2} = \frac{3.5\times10^{-3}\,\mathrm{m}^3}{60\ \mathrm{s}}\times\frac{1}{\pi}\times\frac{1}{0.0050^2} = 0.743\ \mathrm{m/s}$

$\mathrm{Re} = \frac{D\rho\langle v_x\rangle}{\mu} = \frac{0.010\times0.743\times1834}{0.027} = 505$、Re<2100 より層流（答）

$f = \frac{16}{Re} = \frac{16}{505} = 0.0317$、

①式より

$p_0-p_L = f\times 2\frac{L}{R}\times\frac{1}{2}\rho\langle v_x\rangle^2 = 0.0317\times5.0\times\frac{1}{0.0050}\times1834\times0.743^2 = 3.2\times10^4\ \mathrm{Pa}$　（答）

（別解）Re<2100 を示した後、（１）の答えから、

$p_0-p_L = \frac{1}{R^2}8\mu L\langle v_x\rangle = \frac{1}{0.0050^2}\times8\times0.027\times5.0\times0.743 = 3.2\times10^4\ \mathrm{Pa}$　（答）

解答例

整理番号
5

2025 年度 10 月・2026 年度 4 月入学　東京農工大学大学院工学府博士前期課程

解　答　用　紙

試験科目	専　攻	受験番号	評　点
専門科目	化学物理工学専攻	MC−	

13 枚のうち 5

選択した３つの大問以外の解答用紙には大きな×印を描き，採点対象としないことを明示しておくこと。

4

大問4の解答用紙 3 枚のうち 1

〔1〕 自由場における質点の一次元並進運動のハミルトニアンを$\hat{H}$とすると、$\hat{H}=\frac{1}{2m}\hat{p}^2$。位置演算子$\hat{x}$との交換関係は$[\hat{H},\hat{x}]=\frac{1}{2m}[\hat{p}^2,\hat{x}]=\frac{1}{2m}(\hat{p}^2\hat{x}-\hat{x}\hat{p}^2)=\frac{1}{2m}\{\hat{p}(\hat{x}\hat{p}-\mathrm{i}\hbar)-\hat{x}\hat{p}^2\}=\frac{1}{2m}\{(\hat{x}\hat{p}-\mathrm{i}\hbar)\hat{p}-\mathrm{i}\hbar\hat{p}-\hat{x}\hat{p}^2\}=-\frac{\mathrm{i}}{m}\hbar\hat{p}\neq 0$。交換子が 0 ではないので$\hat{x}$は$\hat{H}$と同時固有波動関数を持たない。運動量演算子$\hat{p}$との交換関係は$[\hat{H},\hat{p}]=\frac{1}{2m}[\hat{p}^2,\hat{p}]=0$。交換子が 0 なので$\hat{p}$は$\hat{H}$と同時固有波動関数を持つ。

〔2〕 $\psi(x)=\exp\left(\mathrm{i}\frac{p}{\hbar}x\right)$は次のように $\hat{p}$ に対する固有方程式を満たし、固有値はpであることがわかる。$\hat{p}\psi(x)=\frac{\hbar}{\mathrm{i}}\frac{\partial}{\partial x}\exp\left(\mathrm{i}\frac{p}{\hbar}x\right)=p\exp\left(\mathrm{i}\frac{p}{\hbar}x\right)=p\psi(x)$。

〔3〕 ハミルトニアン$\hat{H}$を$\psi(x)$に作用させると$\hat{H}\psi(x)=\frac{1}{2m}\hat{p}^2\psi(x)=\frac{1}{2m}p^2\psi(x)$である。したがって$\psi(x)$は$\hat{H}$の固有波動関数でもある。またエネルギー固有値は$E=\frac{1}{2m}p^2$である。

解答例

整理番号
5

2025年度10月・2026年度4月入学　東京農工大学大学院工学府博士前期課程

解　答　用　紙

試験科目	専　攻	受験番号	評　点
専門科目	化学物理工学専攻	MC−	

13枚のうち6　選択した3つの大問以外の解答用紙には大きな×印を描き，採点対象としないことを明示しておくこと。

$\boxed{4}$　大問$\boxed{4}$の解答用紙3枚のうち2

〔4〕 並進運動と回転運動の対応関係から、回転の古典的ハミルトニアンは$H_\mathrm{R}=\frac{1}{2I}L^2$、角運動量演算子は$\hat{L}=\frac{\hbar}{\mathrm{i}}\frac{\partial}{\partial\theta}$となる。したがって、回転運動に対するハミルトニアン$\hat{H}_\mathrm{R}$を微分演算子を用いて表すと、$\hat{H}_\mathrm{R}=-\frac{\hbar^2}{2I}\frac{\partial^2}{\partial\theta^2}$となる。

〔5〕 自由場における剛体の回転運動のハミルトニアンは$\hat{H}_\mathrm{R}=\frac{1}{2I}\hat{L}^2=-\frac{\hbar^2}{2I}\frac{\partial^2}{\partial\theta^2}$、角運動量演算子は$\hat{L}=\frac{\hbar}{\mathrm{i}}\frac{\partial}{\partial\theta}$である。これに対し、$\phi(\theta)=\exp\left(\mathrm{i}\frac{L}{\hbar}\theta\right)$は次のように $\hat{L}$ に対する固有方程式を満たし、固有値はLであることがわかる。$\hat{L}\phi(\theta)=\frac{\hbar}{\mathrm{i}}\frac{\partial}{\partial\theta}\exp\left(\mathrm{i}\frac{L}{\hbar}\theta\right)=L\exp\left(\mathrm{i}\frac{L}{\hbar}\theta\right)=L\phi(\theta)$。またハミルトニアン$\hat{H}_\mathrm{R}$を$\phi(\theta)$に作用させると$\hat{H}_\mathrm{R}\phi(\theta)=\frac{1}{2I}\hat{L}^2\phi(\theta)=\frac{1}{2I}L^2\phi(\theta)$でありエネルギー固有値は$E=\frac{1}{2I}L^2$である。

解答例

整理番号
5

2025 年度 10 月・2026 年度 4 月入学　東京農工大学大学院工学府博士前期課程

解　答　用　紙

試験科目	専　攻	受験番号	評　点
専門科目	化学物理工学専攻	MC−	

選択した３つの大問以外の解答用紙には大きな×印を描き，採点対象としないことを明示しておくこと。

4

〔６〕 2π異なる角度は同じ角度を示すため、$\phi(\theta)$は$\phi(\theta+2\pi)=\phi(\theta)$の条件を満たさなくてはならない。（周期的境界条件）したがって、$\phi(\theta+2\pi)=\exp\left[\mathrm{i}\frac{L}{\hbar}(\theta+2\pi)\right]=\exp\left(\mathrm{i}\frac{L}{\hbar}\theta\right)\exp\left(\mathrm{i}\frac{2\pi L}{\hbar}\right)=\exp\left(\mathrm{i}\frac{L}{\hbar}\theta\right)=\phi(\theta)$から$\exp\left(\mathrm{i}\frac{2\pi L}{\hbar}\right)=1$。これを満たす$L$の条件は$L=n\hbar$となる。（ただし$n$は整数。）

〔７〕 図４－１において質点の速さをVとすると、直交座標系と極座標系の間では$V=R\omega$、$P=MV=L/R$　の関係がある。したがって、

$$\begin{cases} X=R\cos\theta \\ Y=R\sin\theta \end{cases} \qquad \begin{cases} P_X=M\dot{X}=MR(-\sin\theta)\omega=-L(\sin\theta)/R \\ P_Y=M\dot{Y}=MR(\cos\theta)\omega=L(\cos\theta)\,/R \end{cases}$$

一方、Xの微小変化量は$\mathrm{d}X=-R\sin\theta\ \ \mathrm{d}\theta$。これらの関係から、$\int_R^{-R}P_X\mathrm{d}X=\int_0^{\pi}\{-L(\sin\theta)/R\}(-R\sin\theta)\ \mathrm{d}\theta=L\int_0^{\pi}\sin^2\theta\,\mathrm{d}\theta=\frac{L\pi}{2}$。問い〔６〕から$L=n\hbar$となり$\int_R^{-R}P_X\,\mathrm{d}X=n\pi\hbar/2$である。ただし$n$は整数。

（運動量ベクトル$\mathbf{P}=(P_X,Y_Y)$についての周回積分$\oint\mathbf{P}\cdot\mathrm{d}\mathbf{r}$（$r=(X,Y)$）の中の４つの部分、$P_X$の往路（$R\to-R$）、復路（$-R\to R$）と$P_Y$の往路、復路の中の一つ。各部分は４つとも同じ値になるので、合計では周回積分$\oint\mathbf{P}\cdot\mathrm{d}\mathbf{r}=2n\pi\hbar$（ボーア・ゾンマーフェルトの量子化条件）となる）

解答例

整理番号
5

2025年度10月・2026年度4月入学　東京農工大学大学院工学府博士前期課程

解　答　用　紙

試験科目	専　攻	受験番号	評　点
専門科目	化学物理工学専攻	MC－	

13枚のうち8　選択した３つの大問以外の解答用紙には大きな×印を描き，採点対象としないことを明示しておくこと。

5　大問$\boxed{5}$の解答用紙２枚のうち１

〔1〕

$dn_A / dt = -rV_1$　(1)

〔2〕

成分Aの反応開始時のモル数を$n_{A,0}$とすると，反応率は$x_A = 1- n_A / n_{A,0}$　(2)

と表されるので，$n_A = (1- x_A)\, n_{A,0}$　(3)

である。また，反応速度は$r = kC_A = k\, n_A / V_1 = k\,(1- x_A)\, n_{A,0} / V_1$　(4)

となる。式(1)に式(3)と(4)を代入すると，$d(1- x_A)\, n_{A,0} /dt = -\,(k\,(1- x_A)\, n_{A,0} / V_1\,)V_1$

となる。これを整理すると，$d(1-x_A) / dt = -k\,(1-x_A)$すなわち$d(1-x_A) / (1-x_A) = -k\,dt$　(5)

となる。式(5)の両辺を積分することにより，$x_A = 1 - \exp(-kt)$となる。

〔3〕

$dV_2 / dt = v_{in}$　(6)

$dn_A / dt = v_{in}C_{A,in} - rV_2$　(7)

$dn_B / dt = 2rV_2$

〔4〕

式(7)に$r= kC_A= k\, n_A / V_2$を代入すると

$dn_A / dt = v_{in}C_{A,in} - (k\, n_A / V_2)V_2 = v_{in}C_{A,in} - k\, n_A$　(8)

となる。式(8)の両辺に$dt / (v_{in}C_{A,in} - k\, n_A)$をかけると

$\mathrm{d}n_A / (v_{in}C_{A,in} - k\, n_A) = \mathrm{d}t$

となる。これを$n_A = n_{A,0} \sim n_A$, $t = 0 \sim t$の範囲で積分して整理すると，以下のようにn_Aを表す式を得られる。

$(v_{in}C_{A,in} - k\, n_A) / (v_{in}C_{A,in} - k\, n_{A,0}) = \exp(-kt)$

$(v_{in}C_{A,in} - k\, n_A) = (v_{in}C_{A,in} - k\, n_{A,0}) \exp(-kt)$

$k\, n_A = v_{in}C_{A,in} - (v_{in}C_{A,in} - k\, n_{A,0}) \exp(-kt)$

$n_A = v_{in}C_{A,in}\,(1- \exp(-kt)) / k + n_{A,0} \exp(-kt)$

解答例

整理番号
5

2025年度10月・2026年度4月入学　東京農工大学大学院工学府博士前期課程

解　答　用　紙

試験科目	専　攻	受験番号	評　点
専門科目	化学物理工学専攻	MC－	

選択した３つの大問以外の解答用紙には大きな×印を描き，採点対象としないことを明示しておくこと。

5　大問5の解答用紙２枚のうち２

〔5〕

半回分反応器。回分反応器では全ての原料を反応器に仕込んでから反応を行うが，半回分反応器では原料を徐々に添加するので発熱速度が比較的小さくなるから。

解答例

整理番号
5

2025 年度 10 月・2026 年度 4 月入学　東京農工大学大学院工学府博士前期課程

解　答　用　紙

試験科目	専　攻	受験番号	評　点
	化学物理工学専攻	MC－	

13 枚のうち 10

選択した３つの大問以外の解答用紙には大きな×印を描き，採点対象としないことを明示しておくこと。

6

大問6解答用紙２枚のうち１

〔１〕

（１）

$$E = \varepsilon M$$

（２）

$$g(N, M) = \frac{N!}{\left[\frac{1}{2}(N+M)\right]!\left[\frac{1}{2}(N-M)\right]!}$$

（３）

$$S(N, M) = k_B\left(N\log N - \frac{N+M}{2}\log\frac{N+M}{2} - \frac{N-M}{2}\log\frac{N-M}{2}\right)$$

（４）

$$M < 0$$

（５）

(a)　$T \to 0$	(b)　$T \to \infty$
$N_+ = 0$	$N_+ = \frac{N}{2}$
$N_- = N$	$N_- = \frac{N}{2}$
$E = -\varepsilon N$	$E = 0$
$S(N, M) = 0$	$S(N, M) = k_B N \log 2$

解答例

整理番号
5

2025 年度 10 月・2026 年度 4 月入学　東京農工大学大学院工学府博士前期課程

解　答　用　紙

試験科目	専　攻	受験番号	評　点
専門科目	化学物理工学専攻	MC－	

13 枚のうち 11

選択した 3 つの大問以外の解答用紙には大きな×印を描き，採点対象としないことを明示しておくこと。

6

大問6の解答用紙 2 枚のうち 2

〔2〕

(1)

$$Z_N = \left[2\cosh\left(\frac{mB}{k_B T}\right)\right]^N$$

(2)

$$F(T) = -Nk_B T \log\left[2\cosh\left(\frac{mB}{k_B T}\right)\right]$$

(3)

$$S(T) = Nk_B\left\{\log\left[2\cosh\left(\frac{mB}{k_B T}\right)\right] - \frac{mB}{k_B T}\tanh\left(\frac{mB}{k_B T}\right)\right\}$$

(4)

$$U(T) = -NmB\tanh\left(\frac{mB}{k_B T}\right)$$

(5)

(b)

解答例

整理番号
5

2025 年度 10 月・2026 年度 4 月入学　東京農工大学大学院工学府博士前期課程

解　答　用　紙

試験科目	専　攻	受験番号	評　点
専門科目	化学物理工学専攻	MC－	

選択した３つの大問以外の解答用紙には大きな×印を描き，採点対象としないことを明示しておくこと。

大問$\boxed{7}$の解答用紙２枚のうち１

7 〔1〕

(1) 全体と溶媒 A のマスバランスから

$F = D + W$

$Fx_F = Dx_D + Wx_W$

が成り立つ。これらを解いて、$D = F - W$,　　$x_D = (Fx_F - Wx_W)/(F - W)$

$D =$　　$F - W$　　[mol],　$x_D =$　$(Fx_F - Wx_W)/(F - W)$

(2)

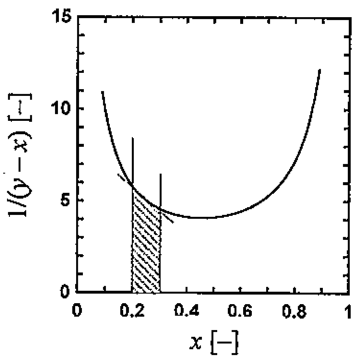
$R\mathrm{d}x + x\mathrm{d}R$

(3) 題意より　$R\mathrm{d}x + x\mathrm{d}R$　=　$y\mathrm{d}R$　である。これを整理して、$\mathrm{d}R/R = \mathrm{d}x/(y - x)$である。

問題(1)の単蒸留では缶内の総物質量が F [mol]から W [mol]へ、缶内の溶媒 A のモル分率が x_F から x_W へと変化しているため、これらの区間で両辺をそれぞれ積分すれば良い。

$$\therefore \ln\left(\frac{W}{F}\right) = \int_{x_F}^{x_W} \frac{\mathrm{d}x}{y-x}$$

(4) (3)で導出した右辺の積分は、図 7-1 右のグラフの x 区間 0.20 以上 0.30 以下での、曲線と x 軸にはさまれた区間の面積に対応する。右図の斜線部全体を台形とみなして近似的に求めると、その面積は -0.52 である。(x の積分区間が 0.3 から 0.2 であるためマイナスがつく。)



したがって、$W = Fe^{-0.52} = 59$ mol

∴留出液 D　$= F - W = 41$ mol

(1) の結果から、$x_D = (0.3F - 0.2W)/(F - W) = 0.44$

$D =$　4×10　mol,　$x_D =$　0.4

解答例

整理番号
5

2025 年度 10 月・2026 年度 4 月入学　東京農工大学大学院工学府博士前期課程

解　答　用　紙

試験科目	専　攻	受験番号	評　点
専門科目	化学物理工学専攻	MC－	

選択した 3 つの大問以外の解答用紙には大きな×印を描き，採点対象としないことを明示しておくこと。

大問7の解答用紙 2 枚のうち 2

7 〔2〕

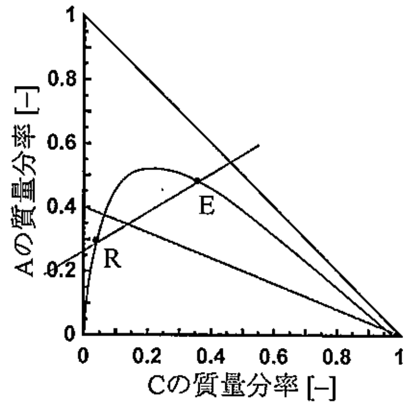
(1)

$x_E =$ 0.48　　　$x_{EB} =$ 0.16

(2) 右図に示すとおり、2 点 E, R を通る直線と、溶剤 C の質量分率 1 の点から AB 軸上の質量分率 0.40 を通る直線との交点が、溶剤 C を加えたときの成分 A の質量分率 x' である。図より $x' = 0.35$。成分 A のマスバランスから、

$$M_F x_F = (M_F + M_C)x'$$

$$\therefore\ M_C = (x_F/x' - 1)M_F = (0.40/0.35 - 1)M_F = 0.14M_F$$



混合液全体のマスバランスから

$$M_F + M_C = M_E + M_R = 1.14M_F$$

また、成分 A のマスバランスから　$(M_E + M_R)x' = M_E x_E + M_R x_R$

これらを連立して解くと、

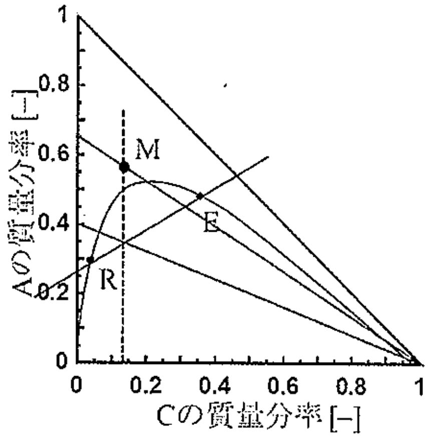
$$M_E = (x' - x_R)M_R/(x_E - x'),\quad \therefore\ M_E + M_R = (x_E - x_R)M_R/(x_E - x') = 1.14M_F$$

$x_E = 0.48$,　$x' = 0.35$,　$x_R = 0.30$ を代入して　$M_R = 0.823M_F$ [kg],　$M_E = 0.317M_F$ [kg]

$M_C =$ $0.14M_F$ [kg],　$M_E =$ $0.32M_F$ [kg],　$M_R =$ $0.82M_F$ [kg]

(3)

問題 (2) と同じ質量の溶剤 C を加えた直後の組成は、右図の点 M である。溶液全体として均一相であるため、相分離を利用した液液抽出はできない。



2025年度10月入学
2026年度4月入学
東京農工大学大学院工学府
博士前期課程（修士）入学試験
口述試験 評価の観点

【口述試験（生体医用システム工学専攻・応用化学専攻・化学物理工学専攻・機械システム工学専攻・知能情報システム工学専攻）】

口述試験においては、工学府および各専攻の掲げるアドミッションポリシーに基づき、志望専攻の専門性に基づいた問題発見・解決能力、専門分野での活動を通じて社会的・国際的に貢献することへの挑戦的意識・意欲、高いコミュニケーション能力（日本語、外国語を問わず）等を、質疑応答を通して総合的に評価しました。