

| |
|------|
| 整理番号 |
| 1 |

2025年度10月・2026年度4月入学 東京農工大学大学院工学府博士前期課程

問題用紙 数学

生体医用システム工学専攻
化学物理工学専攻
機械システム工学専攻
知能情報システム工学専攻

| | |
|------|-----|
| 受験番号 | MC- |
|------|-----|

注意事項（試験開始前に必ず読むこと）

- 「解答はじめ」の指示があるまで、問題用紙の冊子を開いてはならない。
- 問題用紙、解答用紙、下書用紙はすべて試験終了後に回収する。持ち帰ってはならない。

| | |
|------|---|
| 整理番号 | 2025 年度 10 月・2026 年度 4 月入学 東京農工大学大学院工学府博士前期課程 |
| 1 | 問題用紙 数学 |

生体医用システム工学専攻
化学物理工学専攻
機械システム工学専攻
知能情報システム工学専攻

| | |
|----------|----------|
| 1 枚のうち 1 | 受験番号 MC- |
|----------|----------|

注意事項

- 問題は 1 ~ 4 の 4 題です。全問解答しなさい。
- 問題 1 ~ 4 の各解答は同じ問題番号が印刷された解答用紙に記述しなさい。解答用紙の印刷のある面のみで解答できない場合は、裏面を使用してもかまいません。裏面を使用して解答する場合は、印刷のある面の最下部に「うらにつづく」と記載しなさい。
- 論証過程や計算過程が分かるように解答しなさい。

1 関数 $f(x, y) = 2x^3 - 3xy^2 + 3x^2 - 6y^2 + 1$ の極値を求めなさい。

2 領域 $D = \{(x, y) \mid -1 \leq x + y \leq 1, -1 \leq x - y \leq 1\}$ における次の 2 重積分の値を求めなさい。

$$\iint_D \frac{dx dy}{1 + x^2}$$

3 行列 $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 \\ -1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ について、次の問いに答えなさい。

- t は実数、 E は 3 次の単位行列とする。 $|tE - A|$ を計算しなさい。
- $A^9 - 3A^2$ を計算しなさい。

4 次の微分方程式の解 $y = y(x)$ で、 $y(0) = 2$ を満たすものを求めなさい。

$$\frac{dy}{dx} = (y + 1)2^x \log 2$$

ただし、対数は自然対数とする。

解答例

整理番号

2025年度10月・2026年度4月入学 東京農工大学大学院工学府博士前期課程

総合点

1

解答用紙

| 試験科目 | 受験番号 | 評点 |
|------|------|----|
| 数学 | MC- | |

4枚のうち1

1

点 (x, y) で $f(x, y)$ が極値をとるとき,

$$\begin{cases} f_x = 3(2x^2 + 2x - y^2) = 0 \\ f_y = -6y(x + 2) = 0 \end{cases}$$

より, 極値をとる点の候補は

$$(x, y) = (0, 0), (-1, 0), (-2, 2), (-2, -2)$$

の4点である。また,

$$f_{xx} = 6(2x + 1), \quad f_{xy} = -6y, \quad f_{yy} = -6(x + 2)$$

である。判別式を $D = f_{xx}f_{yy} - (f_{xy})^2$ とおくと以下を得る。 $(0, 0)$ では,

$$f_{xx} = 6, \quad f_{xy} = 0, \quad f_{yy} = -12, \quad D = -72 < 0$$

となり, 極値をとらない。 $(-1, 0)$ では,

$$f_{xx} = -6 < 0, \quad f_{xy} = 0, \quad f_{yy} = -6, \quad D = 36 > 0$$

となり, 極大値2をとる。 $(-2, 2)$ では,

$$f_{xx} = -18, \quad f_{xy} = -12, \quad f_{yy} = 0, \quad D = -144 < 0$$

となり, 極値をとらない。 $(-2, -2)$ では,

$$f_{xx} = -18, \quad f_{xy} = 12, \quad f_{yy} = 0, \quad D = -144 < 0$$

となり, 極値をとらない。

(答) $(x, y) = (-1, 0)$ で極大値2をとる

解答例

整理番号

2025 年度 10 月・2026 年度 4 月入学 東京農工大学大学院工学府博士前期課程

1

解答用紙

試験科目

受験番号

評点

数学

MC-

4 枚のうち 2

2

$x + y = s$, $x - y = t$ とおく。このときのヤコビアン の絶対値は $\frac{1}{2}$ である。また、 s, t の範囲は $-1 \leq s \leq 1$, $-1 \leq t \leq 1$ ととれる。この領域を E とすると、以下が成り立つ。

$$\begin{aligned} \iint_D \frac{dx dy}{1+x^2} &= \iint_E \frac{1}{1+\left(\frac{s+t}{2}\right)^2} \frac{1}{2} ds dt = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 ds \int_{-1}^1 \frac{dt}{1+\left(\frac{s+t}{2}\right)^2} \\ &= \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \left[2 \operatorname{Tan}^{-1} \left(\frac{s+t}{2} \right) \right]_{-1}^1 ds \\ &= \int_{-1}^1 \left\{ \operatorname{Tan}^{-1} \left(\frac{s+1}{2} \right) - \operatorname{Tan}^{-1} \left(\frac{s-1}{2} \right) \right\} ds \end{aligned}$$

ただし、 $\operatorname{Tan}^{-1} x$ は $\tan x$ の逆関数で値域が $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ のものを表す。ここで、 C を積分定数とすると、

$$\int \operatorname{Tan}^{-1} x dx = x \operatorname{Tan}^{-1} x - \frac{1}{2} \log(1+x^2) + C$$

が成り立つので、以下を得る。

$$\begin{aligned} \iint_D \frac{dx dy}{1+x^2} &= 2 \left[\frac{s+1}{2} \operatorname{Tan}^{-1} \left(\frac{s+1}{2} \right) - \frac{1}{2} \log \left\{ 1 + \left(\frac{s+1}{2} \right)^2 \right\} \right]_{-1}^1 \\ &\quad - 2 \left[\frac{s-1}{2} \operatorname{Tan}^{-1} \left(\frac{s-1}{2} \right) - \frac{1}{2} \log \left\{ 1 + \left(\frac{s-1}{2} \right)^2 \right\} \right]_{-1}^1 \\ &= 2 \left(\operatorname{Tan}^{-1} 1 - \frac{\log 2}{2} \right) + 2 \left\{ -\operatorname{Tan}^{-1}(-1) - \frac{\log 2}{2} \right\} \\ &= \pi - 2 \log 2 \end{aligned}$$

(答) $\pi - 2 \log 2$

解答例

整理番号

2025 年度 10 月・2026 年度 4 月入学 東京農工大学大学院工学府博士前期課程

1

解答用紙

| 試験科目 | 受験番号 | 評点 |
|------|------|----|
| 数学 | MC- | |

4 枚のうち 3

3

[1]

$$|tE - A| = \begin{vmatrix} t & -2 & 1 \\ 1 & t & -3 \\ 0 & -1 & t \end{vmatrix} = t^3 - t - 1$$

(答) $t^3 - t - 1$

[2] ケイリー・ハミルトンの定理より

$$A^3 = A + E$$

が成り立つので,

$$A^9 - 3A^2 = (A + E)^3 - 3A^2 = A^3 + 3A + E = 4A + 2E = \begin{pmatrix} 2 & 8 & -4 \\ -4 & 2 & 12 \\ 0 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

(答) $\begin{pmatrix} 2 & 8 & -4 \\ -4 & 2 & 12 \\ 0 & 4 & 2 \end{pmatrix}$

解答例

整理番号

2025年度10月・2026年度4月入学 東京農工大学大学院工学府博士前期課程

1

解答用紙

| 試験科目 | 受験番号 | 評点 |
|------|------|----|
| 数学 | MC- | |

4枚のうち4

4

これは変数分離形であるので、 $y \neq -1$ のとき

$$\int \frac{dy}{y+1} = \int 2^x \log 2 dx$$

より、

$$\log |y+1| = 2^x + C$$

を得る。ただし、 C は定数。絶対値をはずすと、

$$y+1 = \pm e^{2^x} e^C$$

であるので、 $\pm e^C$ をあらためて C' とおくと以下を得る。

$$y = C' e^{2^x} - 1 \quad (C' \neq 0)$$

$C' = 0$ のときにも解であることが確かめられるから、一般解は

$$y = C' e^{2^x} - 1 \quad (C' : \text{任意定数})$$

である。条件 $y(0) = 2$ より、

$$C' = \frac{3}{e}$$

であるので、求める解は以下である。

$$y = 3e^{2^x-1} - 1$$

(答) $y(x) = 3e^{2^x-1} - 1$