

計算の過程もなるべく書くこと．また単位も書くこと．

学籍番号 _____ 名 前 _____

1. ジョーカーを除いた 52 枚のトランプがあり，そこから 1 枚のカードを引くとする．引いたカードの色を表す確率変数を C ，引いたカードの数を表す確率変数を X とする．この時，以下の問いに答えよ．ただし，回答は \log_2 表記のままで良い．
 - (a) X の期待値 (平均) (2 点) ．
 - (b) 引いたカードがスペード (黒) のキング (13) となる確率 $P(C = \text{黒}, X = 13)$ はいくらか (2 点) ．また，引いたカードがスペードのキングであることを知った時の自己情報量はいくらか (2 点) ．
 - (c) 引いたカードの色が黒であることを知っているという条件のもとで，そのカードがキング (13) である確率 $P(X = 13 | C = \text{黒})$ はいくらか (2 点) ．また，この条件のもとで，引いたカードがスペードのキングであることを知った時の自己情報量はいくらか (2 点) ．

2. 中身の見えない二つの壺 A, B がある．壺 A の中には 2 個，壺 B には 4 個の玉を入れることができ，現在，二つの壺には玉が満杯に詰まっているとする．さらに，二つの壺に入っている玉の種類は黒玉 が 4 個，白玉 が 2 個であるということがわかっている．この二つの壺から 1 個ずつ球を取り出し，交換して相手の壺へ戻すという動作の系列について以下の問いに答えよ．
 - (a) 壺 A の中身の取りうる状態，壺 B の中身の取りうる状態を と を用いて全て図示せよ (3 点) ．
 - (b) この試行は単純マルコフ過程である．遷移確率行列 (6 点) と状態遷移図 (6 点) を描け．

3. 以下のエルゴード的単純マルコフ連鎖について答えよ .



- 遷移確率行列 P を書け (2 点) .
- 初期分布が $\pi(0) = (0, 1)$ のとき , 状態確率分布 $\pi(1)$ を求めよ (3 点) .
- 定常分布を求めよ (5 点) .
- この単純マルコフ連鎖を情報源とみなした場合 , 情報源のエントロピーを求めよ . ただし $\mathcal{H}(0.1) = \mathcal{H}(0.9) \sim 0.469$, $\mathcal{H}(0.2) = \mathcal{H}(0.8) \sim 0.722$ を用いて良い (5 点) .