

注意： 解答は 内に記入せよ．導出の過程を必ず書くこと．不足する場合は裏面に．レポート用紙を追加しても可．

(配点：問 1,2：各 25 点，問 3：50 点)

問題 1：Wii のストラップ

2006 年 12 月 15 日 毎日新聞の記事

『任天堂は 15 日、新型ゲーム機「Wii (ウィー)」を操作するリモコン状のコントローラーに付けるストラップひもを無償交換すると発表した。現在は太さ 0.6 ミリだが、強度の高い同 1 ミリに換える。コントローラーを激しく振った際、ひもが根元から切れて手から離れ、テレビなどを壊す事故があった。』

さて、ストラップを交換することによって (ストラップの材質は同じものであるとして)、「強度」は何倍になったか？

[p010_011]

解答例

ストラップは引張力で破断したと考えられる．材料の引張強さを σ_B として，破断させるのに必要な引張力 (破断荷重) F_B はひもの直径を d (交換前) として，

$$F_B = \sigma_B \times \frac{1}{4}\pi d^2$$

となる．ひもを交換後 (直径 d') の破断荷重 F'_B は，同じ材質を用いた場合引張強さは変化しないので，上と同様に

$$F'_B = \sigma_B \times \frac{1}{4}\pi d'^2$$

したがって，交換前後の破断荷重の比は

$$\frac{F'_B}{F_B} = \frac{\sigma_B \times \frac{1}{4}\pi d'^2}{\sigma_B \times \frac{1}{4}\pi d^2} = \left(\frac{d'}{d}\right)^2 = \left(\frac{1.0}{0.6}\right)^2 = 1.67^2 = 2.78$$

となる．

採点基準

- 導出過程が少しでも書いてあり，なおかつ答えがあていれば 25 点．
- 答えは 2.78，2.7，2.8，25/9 などを正解としている．
- 「強度は断面積 (半径の 2 乗) の比になっている」という記述が多かった 答
えはあっている (説明やや不足)
- 一番多かった誤答は「直径の比」で答えたもの 1.67 倍となっている．

(答)

2.78 倍

問題 2 : 引張変形, 許容応力

長さ 1000mm の丸棒に, 引張荷重 50kN が加わる. この丸棒を SS490 材で製作するとき, 直径をどのように定めなければならないか. 安全率を 10 とし, 降伏応力を基準強さとして考えよ.

材料名	降伏応力 (MPa)	引張り強さ (MPa)
SS330	175 ~ 205	330 ~ 430
SS400	215 ~ 245	400 ~ 510
SS490	255 ~ 285	490 ~ 610
SS540	390	540

[p010.00]

解答例

【Step 1. 材料の性質を考える】

丸棒に生じる応力 σ は許容応力 σ_a 以下でなければならない.

$$\sigma < \sigma_a \quad (1)$$

降伏応力 σ_Y を基準強さとした場合, 許容応力 σ_a は安全率 S によって

$$\sigma_a = \frac{\sigma_Y}{S}$$

と与えられる. SS490 材の降伏応力 σ_Y は表から 255 ~ 285MPa であることがわかるが, 安全側に考えて, 255MPa を採用する. したがって上式から許容応力は

$$\sigma_a = \frac{\sigma_Y}{S} = \frac{255}{10} = 25.5 \text{ MPa} \quad (2)$$

【Step 2. 力学的関係を考える】

引張荷重 $F(\text{N})$ が加わる丸棒に生じる応力 σ は, 断面積 $A = \pi d^2/4$ (mm^2) として

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{4 \cdot F}{\pi d^2}$$

式 (1) に上式を適用して

$$\frac{4 \cdot F}{\pi d^2} < \sigma_a$$

上式を満たす直径 d は

$$d > \sqrt{\frac{4 \cdot F}{\pi \sigma_a}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 50 \times 1000}{25.5 \pi}} = 50.0 \text{ mm}$$

となる (単位に注意: MPa=N/mm²)

採点基準

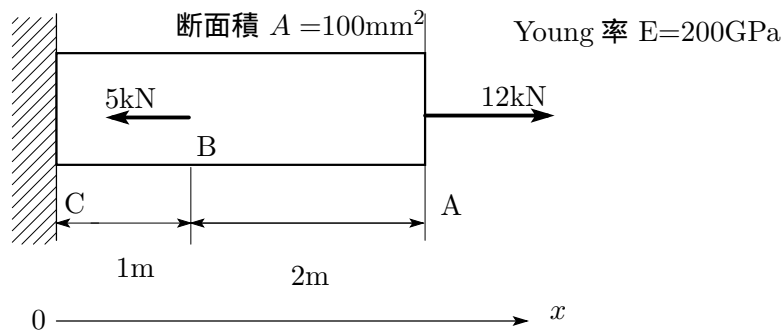
- 「許容応力 = 基準強さ / 安全率」, あるいは「 $\sigma = F/A = 4F/\pi d^2$ 」のどちらか一方 (または両方) が書いてあれば 15 点.
- $d = 50.0\text{mm}$ 以上となっていれば 10 点, 計 25 点.

- 半径で答えを出しているもの -5 点
- 今回は導出過程が乏しくても点数は与えているが、次回から導出過程が詳しく書かれていなければ、答えがあっても大きく減点する。
- 一番多かった誤答は、降伏応力として 285MPa を採用しているもの。 答えが 47.3mm となっている。
- 荷重と応力の違いを分かっていない人が目立つ。

(答) 直径を 50.0mm 以上 にする。

問題 3 :

図の真直棒において、AB、BC 間に生じる応力はいくらか。また A 点、B 点の変位を求めよ (図の座標軸の方向を正とせよ)。

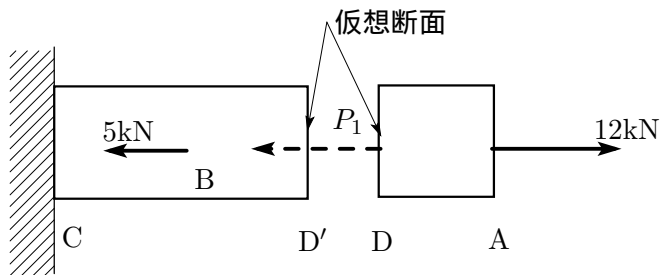


[p010_01]

解答例

【Step 1. AB 間について、力学的関係を考える】

AB 間の任意の位置 D で棒を仮想的に切断して考える (自由物体線図: free body diagram の作成)。AD の部分が静止しているためには、断面 D に図のように力 (内力) P_1 が加わって、AD 部分に働く力が釣り合っていないといけない。



AD 部分に働く力の釣り合いから $P_1 = 12000 \text{ N}$ である。したがって AB 間の応力 σ_{AB} は

$$\sigma_{AB} = \frac{P_1}{A} = \frac{12 \times 1000}{100} = 120 \text{ MPa}$$

となる。

【Step 2. AB 間について，材料特性を考える】

AB 間のひずみ ε_{AB} はフック則から

$$\varepsilon_{AB} = \frac{\sigma_{AB}}{E} = \frac{120}{200 \times 1000} = 0.0006 = 6.0 \times 10^{-4} = 600 \times 10^{-6}$$

となる（単位に注意：応力の単位は通常 $\text{MPa} = \text{N/mm}^2$ ，金属材料のヤング率は GPa [$1\text{GPa} = 1000\text{MPa}$] の単位で表示することが多い）。

【Step 3. AB 間について，幾何学的関係を考える】

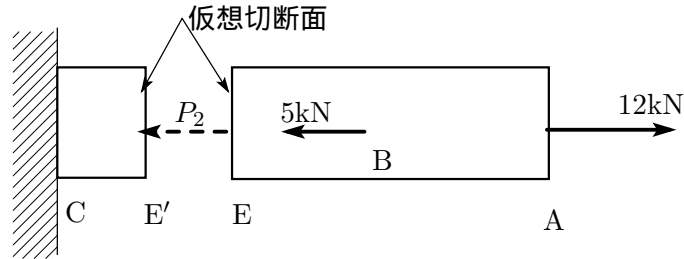
したがって AB 間の伸び Δl_{AB} は

$$\Delta l_{AB} = \varepsilon_{AB} \cdot l_{AB} = 6.0 \times 10^{-4} \times 2000 = 1.2 \text{ mm}$$

と求められる。

【Step 4. BC 間について，力学的関係を考える】

つぎに BC 間の任意の位置 E で棒を仮想的に切断した場合を考える。前と同様に AE の部分が，静止して釣り合うためには，断面 E に図のように力（内力） P_2 が加わっていないなければならない。



AE 部分に働く力の釣り合いから $P_2 = 12000 - 5000 = 7000 \text{ N}$ となる。したがって BC 間の応力 σ_{BC} は

$$\sigma_{BC} = \frac{P_2}{A} = \frac{7 \times 1000}{100} = 70 \text{ MPa}$$

【Step 5. BC 間について，材料特性を考える】

BC 間のひずみ ε_{BC} は

$$\varepsilon_{BC} = \frac{\sigma_{BC}}{E} = \frac{70}{200 \times 1000} = 0.00035 = 3.5 \times 10^{-4} = 350 \times 10^{-6}$$

となる。

【Step 6. BC 間について，幾何学的関係を考える】

BC 間の伸び Δl_{BC} は

$$\Delta l_{BC} = \varepsilon_{BC} \cdot l_{BC} = 3.5 \times 10^{-4} \times 1000 = 0.35 \text{ mm}$$

と求められる。

【Step 7. 全体の幾何学的関係を考える】

点 B の変位 u_B は，BC 間の伸びそのものであり，また点 A の変位 u_A は，BC 間

の伸びと AB 間の伸びを加えたものであるから，

$$u_B = \Delta l_{BC} = 0.35 \text{ mm} \quad , \quad u_A = \Delta l_{AB} + \Delta l_{BC} = 1.2 + 0.35 = 1.55 \text{ mm}$$

となる．

採点基準

- 配点 AB 間の応力：10 点，BC 間の応力：10 点，A 点の変位：15 点，B 点の変位：15 点，計 50 点
- 導出過程が無く，答えがあっている 各 5 点
- 導出過程（式のみでも OK）があり，答えもあっている 満点
- 導出過程（式のみでも OK）があり，単位あるいは計算が間違っている 5 点
- 「A 点の変位」を求めるには「B 点の変位」に「AB 間の伸び」を足す必要があるが，これを足していないもの 0 点
- 間違っているが，B 点の変位に足している 5 点
- 「BC 間の応力」で， -70MPa と答えているものが多かった．
- 「変位」と「ひずみ」の区別ができていない人が多かった．

AB 間の応力	120	MPa
BC 間の応力	70	MPa
A 点の変位	1.55	mm
B 点の変位	0.35	mm